昆明市2018届高三复习教学质量检测
理科数学参考答案及评分标准

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	D	C	D	D	A	B	B	C	C	A	D

二、填空题

13．2　　14．12　　15．$\dfrac{3\sqrt{15}}{4}$　　16．$\left(0,\dfrac{3}{2}\right]$

三、解答题

17．解：（1）由 $S_n+1=a_n+n^2$ ①，

得 $S_{n+1}+1=a_{n+1}+(n+1)^2$ ②，　　……………………………………………2分

则②-①得 $a_n=2n+1$．　　……………………………………………4分

当 $a_1=3$ 时满足上式，

所以数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=2n+1$．　……………………6分

（2）由（1）得 $b_n=(-1)^n+2^{2n+1}$，

所以 $T_n=b_1+b_2+\cdots+b_n$

$=[(-1)+(-1)^2++\cdots+(-1)^n]+(2^3+2^5+\cdots+2^{2n+1})$　……………………8分

$=\dfrac{(-1)\times[1-(-1)^n]}{1-(-1)}+\dfrac{2^3\times(1-4^n)}{1-4}$　……………………10分

$=\dfrac{(-1)^n-1}{2}+\dfrac{8}{3}(4^n-1)$．　……………………12分

18．解：（1）由图知，在甲村50户中，"今年不能脱贫的绝对贫困户"有5户，

所以从甲村50户中随机选出一户，该户为"今年不能脱贫的绝对贫困户"的概率为

$P=\dfrac{5}{50}=0.1$．……4分

（2）由图知，"今年不能脱贫的非绝对贫困户"有10户，其中甲村6户，乙村4户，

依题意，ξ 的可能值为0，1，2，3．从而

$P(\xi=0)=\dfrac{C_6^3}{C_{10}^3}=\dfrac{20}{120}=\dfrac{1}{6}$，　　$P(\xi=1)=\dfrac{C_4^1C_6^2}{C_{10}^3}=\dfrac{60}{120}=\dfrac{1}{2}$，

$P(\xi=2)=\dfrac{C_4^2C_6^1}{C_{10}^3}=\dfrac{36}{120}=\dfrac{3}{10}$，　　$P(\xi=3)=\dfrac{C_4^3}{C_{10}^3}=\dfrac{4}{120}=\dfrac{1}{30}$．

所以ξ的分布列为：

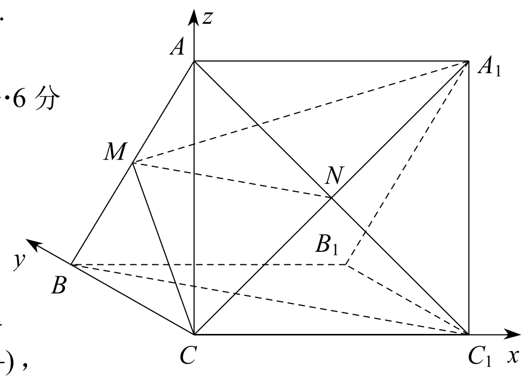
ξ	0	1	2	3
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$

故ξ的数学期望$E(\xi)=0\times\frac{1}{6}+1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{3}{10}+3\times\frac{1}{30}=\frac{12}{10}=1.2$. ……………10 分

（3）这100户中甲村指标y的方差大于乙村指标y的方差. ……………………12 分

19．解：（1）连接AC_1,设AC_1与A_1C的交点为N,则N为AC_1的中点，

连接MN，又M是AB的中点，所以$MN//BC_1$.



又$MN\subset$平面MCA_1, $BC_1\not\subset$平面MCA_1,

所以$BC_1//$平面MCA_1. ………………………6 分

（2）M是AB的中点，$\triangle BMC$是正三角形，

则$\angle ABC=60^\circ$, $\angle BAC=30^\circ$, $\angle ACB=90^\circ$,

设$BC=1$，则$AC=CC_1=\sqrt{3}$，

以CC_1为x轴，CB为y轴，

CA为z轴建立空间直角坐标系.

则$B(0,1,0)$, $A(0,0,\sqrt{3})$, $A_1(\sqrt{3},0,\sqrt{3})$, $M(0,\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$,

$\overrightarrow{AB}=(0,1,-\sqrt{3})$, $\overrightarrow{CM}=(0,\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$，$\overrightarrow{CA_1}=(\sqrt{3},0,\sqrt{3})$. ………………8 分

设$\vec{n}=(x,y,z)$是平面MCA_1的法向量，则$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{CM}=0,\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{CA_1}=0,\end{cases}$

可取平面MCA_1的法向量为$\vec{n}=(1,\sqrt{3},-1)$, ……………………10 分

则$\left|\cos<\overrightarrow{AB},\vec{n}>\right|=\frac{\left|\overrightarrow{AB}\cdot\vec{n}\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|\left|\vec{n}\right|}=\frac{\sqrt{15}}{5}$,

所以直线AB与平面MCA_1所成角的正弦值为$\frac{\sqrt{15}}{5}$. ………………12 分

20．解：（1）由题意及抛物线定义，$|AF|=|EF|=|AE|=4$，$\triangle AEF$为边长为4的正三角形，

设准线l与x轴交于点D，$|AD|=p=\frac{1}{2}|AE|=\frac{1}{2}\times4=2$. …………4 分

（2）设直线QR的方程为$x=my+t$，点$Q(x_1,y_1)$，$R(x_2,y_2)$.

由$\begin{cases}x=my+t\\ y^2=4x\end{cases}$得，$y^2-4my-4t=0$,

则$\Delta=16m^2+16t>0$，$y_1+y_2=4m$，$y_1\cdot y_2=-4t$. ……………………6 分

又点P在抛物线C上，则$k_{PQ}=\frac{y_P-y_1}{x_P-x_1}=\frac{y_P-y_1}{\frac{y_P^2}{4}-\frac{y_1^2}{4}}=\frac{4}{y_P+y_1}=\frac{4}{y_1-1}$，同理可得$k_{PR}=\frac{4}{y_2-1}$.

因为 $k_{PQ}+k_{PR}=-1$，所以 $\dfrac{4}{y_1-1}+\dfrac{4}{y_2-1}=\dfrac{4(y_1+y_2)-8}{y_1y_2-(y_1+y_2)+1}=\dfrac{16m-8}{-4t-4m+1}=-1$，

解得 $t=3m-\dfrac{7}{4}$． ··························10 分

由 $\begin{cases}\Delta=16m^2+16t>0,\\ t=3m-\dfrac{7}{4},\\ \dfrac{1}{4}\neq m\times(-1)+3m-\dfrac{7}{4},\end{cases}$ 解得 $m\in(-\infty,-\dfrac{7}{2})\cup(\dfrac{1}{2},1)\cup(1,+\infty)$．

所以直线 QR 的方程为 $x=m(y+3)-\dfrac{7}{4}$，则直线 QR 过定点 $(-\dfrac{7}{4},-3)$． ···········12 分

21．解：（1） $g'(x)=\mathrm{e}^x-m$，由 $g'(x)=0$ 得 $x=\ln m$．

由 $x>\ln m$ 得 $g'(x)>0$， $x<\ln m$ 得 $g'(x)<0$，

所以函数 $g(x)$ 只有极小值 $g(\ln m)=m-m(\ln m+1)=-m\ln m$． ···········4 分

（2）不等式等价于 $x^3+ax+4x\cos x+1>\dfrac{x+1}{\mathrm{e}^{2x}}$，由(1)得： $\mathrm{e}^x\geq x+1$，

所以 $\mathrm{e}^{2x}\geq(x+1)^2$，所以 $\dfrac{x+1}{\mathrm{e}^{2x}}<\dfrac{1}{x+1}$， $x\in(0,1)$， ························6 分

$$\begin{aligned}(x^3+ax+4x\cos x+1)-\frac{x+1}{\mathrm{e}^{2x}}&>(x^3+ax+4x\cos x+1)-\frac{1}{x+1}\\&=x^3+ax+4x\cos x+\frac{x}{x+1}\\&=x(x^2+4\cos x+a+\frac{1}{x+1})\end{aligned}$$

令 $h(x)=x^2+4\cos x+a+\dfrac{1}{x+1}$，则 $h'(x)=2x-4\sin x-\dfrac{1}{(x+1)^2}$，

令 $I(x)=2x-4\sin x$，则 $I'(x)=2-4\cos x=2(1-2\cos x)$，当 $x\in(0,1)$ 时，

$\cos x>\cos1>\cos\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{1}{2}$，所以 $1-2\cos x<0$，所以 $I'(x)<0$，所以 $I(x)$ 在 $(0,1)$ 上为减函数，所以 $I(x)<I(0)=0$，则 $h'(x)<0$，所以 $h(x)$ 在 $(0,1)$ 上为减函数，

因此， $h(x)>h(1)=a+\dfrac{3}{2}+4\cos1$，因为 $4\cos1>4\cos\dfrac{\pi}{3}=2$，而 $a\geq-\dfrac{7}{2}$，

所以 $a+\dfrac{3}{2}+4\cos1>0$，所以 $h(x)>0$,而 $x\in(0,1)$，所以 $f(x)>x+1$． ······12 分

22．解：（1）圆 O 的参数方程为 $\begin{cases}x=2\cos\alpha,\\ y=2\sin\alpha,\end{cases}$（$\alpha$ 为参数），

由 $\rho^2\cos2\theta=1$ 得： $\rho^2(\cos^2\theta-\sin^2\theta)=1$ ，即 $\rho^2\cos^2\theta-\rho^2\sin^2\theta=1$，

所以曲线 C 的直角坐标方程为 $x^2-y^2=1$． ··5 分

（2）由（1）知 $M(-1,0)$， $N(1,0)$，可设 $P(2\cos\alpha,2\sin\alpha)$，

所以 $|PM|^2+|PN|^2=(2\cos\alpha+1)^2+(2\sin\alpha)^2+(2\cos\alpha-1)^2+(2\sin\alpha)^2$

$=5+4\cos\alpha+5-4\cos\alpha$

$=10$.

所以 $|PM|^2+|PN|^2$ 为定值 10. ··10 分

23. 解（1）由 $f(2x)+f(x+4)\geq 6$ 得: $|2x-1|+|x+3|\geq 6$，

当 $x<-3$ 时，$-2x+1-x-3\geq 6$，解得 $x<-3$；

当 $-3\leq x\leq\dfrac{1}{2}$ 时，$-2x+1+x+3\geq 6$，解得 $-3\leq x\leq -2$；

当 $x>\dfrac{1}{2}$ 时，$2x-1+x+3\geq 6$，解得 $x\geq\dfrac{4}{3}$；

综上，不等式的解集为 $\left\{x\middle|x\leq -2\text{或}x\geq\dfrac{4}{3}\right\}$. ···························5 分

（2）证明：$f(ab)>f(a-b+1)\Leftrightarrow|ab-1|>|a-b|$，

因为 $|a|<1$，$|b|<1$，即 $a^2<1$，$b^2<1$，

所以 $|ab-1|^2-|a-b|^2=a^2b^2-2ab+1-a^2+2ab-b^2=a^2b^2-a^2-b^2+1=(a^2-1)(b^2-1)>0$，

所以 $|ab-1|^2>|a-b|^2$，即 $|ab-1|>|a-b|$，所以原不等式成立. ·················10 分