昆明市 2019 届高三摸底调研测试

文科数学参考答案及评分标准

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	A	B	D	A	C	B	D	B	D	A	A

二、填空题

13．0，2（满足 $a+b=2$ 即可）　　14．π　　15．4　　16．$\left[-\frac{1}{2},0\right)\cup(0,+\infty)$

三、解答题

17．解：（1）由正弦定理得：$\sqrt{3}\sin A=2\sin C\sin A$，

因为 $\sin A\neq 0$，所以 $\sin C=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

又因为 $C\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，故 $C=\frac{\pi}{3}$．　　………………………5 分

（2）由余弦定理得，$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$，

因为 $a=5$，$c=7$，所以有 $49=25+b^2-5b$，

解得 $b=8$，或 $b=-3$（舍去）．　　…………8 分

所以 $\triangle ABC$ 的面积 $S=\frac{1}{2}ab\sin C=10\sqrt{3}$．　　…………10 分

18．解：（1）数学成绩的茎叶图如下：

数学成绩的茎叶图

	数学成绩
5	3
6	0　4
7	1　4　7　8　8
8	1　2　2　2　6　8　8
9	0　1　2　3
10	3　4　5　5
11	1　6

……………………4 分

（2）样本中位数为 86，众数为 82．　　……………………8 分

（3）样本中分数在$\left[100,120\right)$的学生人数为 6 人，其中成绩在区间$\left[100,110\right)$的有 4 人，

分别设为A_1，A_2，A_3，A_4，其余有 2 人，分别设为B_1，B_2，

从中任意抽出 2 名的所有抽法为：

A_1A_2，A_1A_3，A_1A_4，A_1B_1，A_1B_2，

A_2A_3，A_2A_4，A_2B_1，A_2B_2，

A_3A_4，A_3B_1，A_3B_2，

A_4B_1，A_4B_2，

B_1B_2.

共有$5+4+3+2+1=15$种，

其中 2 名都在区间$\left[100,110\right)$的有A_1A_2，A_1A_3，A_1A_4，A_2A_3，A_2A_4，A_3A_4，共有 6 种，

所以抽到 2 名学生的成绩都在区间$\left[100,110\right)$的概率$P=\dfrac{6}{15}=\dfrac{2}{5}$. ··················12 分

19．解（1）设等比数列$\{a_n\}$的公比为q，

由$a_6=8a_3$得$a_1q^5=8a_1q^2$，所以$q=2$. ············ 2 分

又$S_3=21$，即$a_1+a_1q+a_1q^2=21$，解得$a_1=3$. ············ 4 分

所以$a_n=3\times 2^{n-1}$. ············ 6 分

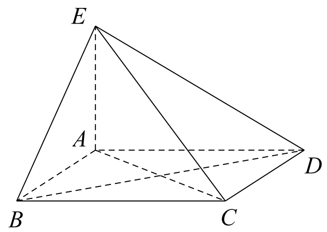
（2）设$b_n=a_{2n-1}$，由（1）知$a_n=3\times 2^{n-1}$，所以$a_{2n-1}=3\times 2^{(2n-1)-1}=3\times 4^{n-1}$.

即$b_n=3\times 4^{n-1}$，因为$\dfrac{b_{n+1}}{b_n}=4$，

故数列$\left\{b_n\right\}$是首项为3，公比为4的等比数列. ············ 10 分

所以数列$\left\{a_{2n-1}\right\}$的前n项和$T_n=\dfrac{3\times\left(1-4^n\right)}{1-4}=4^n-1$. ············ 12 分

20．解：（1）证明：连接 AC，



因为四边形 $ABCD$ 是矩形， $AB = AD$，

所以矩形 $ABCD$ 是正方形，

所以 $AC \perp BD$， ……………………2 分

因为 $EA \perp$ 平面 $ABCD$， $BD \subset$ 平面 $ABCD$，

所以 $EA \perp BD$， ……………………3 分

又 $EA \cap AC = A$，$EA \subset$ 平面 EAC， $AC \subset$ 平面 EAC，

所以 $BD \perp$ 平面 EAC， ……………………5 分

因为 $EC \subset$ 平面 EAC，

所以 $EC \perp BD$． ……………………6 分

（2）设 $AB = a$， $AD = b$， $EA = c$，

在阳马（四棱锥 $E-ABCD$）中，

因为 $EA \perp$ 平面 $ABCD$，四边形 $ABCD$ 是矩形，

所以 $V_{E-ABCD} = \frac{1}{3} \times a \times b \times c = \frac{abc}{3}$， ………………8 分

在鳖臑（三棱锥 $E-FCD$）中，

因为 $EF \perp$ 平面 FCD， $FD \perp CD$，$CD = a$， $EF = b$， $DF = c$，

所以 $S_{\Delta FCD} = \frac{1}{2} \times a \times c = \frac{ac}{2}$，

所以 $V_{E-FCD} = \frac{1}{3} \times \frac{ac}{2} \times b = \frac{abc}{6}$， …………………………11 分

所以 $V_{E-ABCD} : V_{E-FCD} = \frac{abc}{3} : \frac{abc}{6} = 2:1$，

所以阳马（四棱锥的 $E-ABCD$）和鳖臑（三棱锥 $E-FCD$）的体积比为 $2:1$． …12 分

21．解：（1）设椭圆 C 的半焦距为 c，由已知得 $c = 1$．

当点 P 为椭圆 C 短轴的一个端点时， $\triangle OFP$ 的面积取得最大值，

所以 $\frac{1}{2}cb = \frac{1}{2}$，解得 $b = 1$． …………2 分

所以 $a^2 = b^2 + c^2 = 2$，

所以椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$． …………4 分

（2）设 $A(x_1, y_1)$， $B(x_2, y_2)$， $P(x_0, y_0)$，

当直线 l 的斜率为 0 时， O， A， B 三点共线，不符合题意．

所以可设直线 l 的方程为 $x = my + 1$，

由$\begin{cases} x = my + 1, \\ x^2 + 2y^2 = 2, \end{cases}$ 得 $(m^2+2)y^2 + 2my - 1 = 0$，显然 $\Delta > 0$，

则 $y_1 + y_2 = -\dfrac{2m}{m^2+2}$，　　　　…………7 分

若四边形 $OAPB$ 为平行四边形，则 $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$，

即 $y_0 = y_1 + y_2 = -\dfrac{2m}{m^2+2}$，$x_0 = x_1 + x_2 = m(y_1 + y_2) + 2 = \dfrac{4}{m^2+2}$．　　　　…………10 分

因为 P 在 C 上，所以 $x_0^2 + 2y_0^2 = 2$，

即 $\dfrac{16}{(m^2+2)^2} + \dfrac{8m^2}{(m^2+2)^2} = 2$，解得 $m = \pm\sqrt{2}$，

综上，四边形 $OAPB$ 可为平行四边形，

此时直线 l 的方程为 $x - \sqrt{2}y - 1 = 0$ 或 $x + \sqrt{2}y - 1 = 0$．　　　　…………12 分

22．解：（1）由题意，得 $f'(x) = x - 2 + \mathrm{e}^{-x}$，$x \in \mathbf{R}$．……………………………………2 分

所以 $f'(0) = -1$．

又 $f(0) = -1$，所以曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0,-1)$ 处的切线方程为：$x + y + 1 = 0$．………4 分

（2）由题意得 $g'(x) = x - 2 + \dfrac{ax^2 - (2a+1)x + 2}{\mathrm{e}^x} = (x-2) + \dfrac{(ax-1)(x-2)}{\mathrm{e}^x}$

$= (x-2)(1 + \dfrac{ax-1}{\mathrm{e}^x}) = \dfrac{1}{\mathrm{e}^x}(x-2)(\mathrm{e}^x + ax - 1)$，$x \in \mathbf{R}$．

设 $h(x) = \mathrm{e}^x + ax - 1$，$x \in \mathbf{R}$，且 $h(0) = 0$；当 $a \neq 0$ 时，$h(\dfrac{1}{a}) = e^{\frac{1}{a}} > 0$；当 $a = 0$ 时，$h(1) = e - 1 > 0$．

由题 $x = 2$ 是 $g(x)$ 的唯一极值点，则 $h(x) = \mathrm{e}^x + ax - 1 \geq 0$ 对任意的 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立.

$h'(x) = \mathrm{e}^x + a$．

①当 $a < 0$ 时，令 $h'(x) = 0$，得 $x = \ln(-a)$．

当 $x < \ln(-a)$ 时，$h'(x) < 0$，$h(x)$ 在 $(-\infty, \ln(-a))$ 上单调递减；当 $x > \ln(-a)$ 时，$h'(x) > 0$，$h(x)$ 在 $(\ln(-a), +\infty)$ 上单调递增. 所以 $x \in \mathbf{R}$，$h(x) \geq h(x)_{\min} = h(\ln(-a))$．

当 $a = -1$ 时，则有 $h(x) \geq h(x)_{\min} = h(0) = 0$．

当 $a \neq -1$ 时，则有 $0 = h(0) \geq h(x)_{\min} = h(\ln(-a))$，与题意不符.

②当 $a \geq 0$ 时，$h'(x) = \mathrm{e}^x + a \geq 0$ 对任意的 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立，则 $h(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，所以 $h(-1) < h(0) = 0$，与题意不符.

综上，得 $a = -1$．　　　　………………12 分