昆八中 2018-2019 学年度下学期开学考试

高二理科数学参考答案

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	B	A	B	C	A	C	C	B	D	A	B

二、填空题

13．-13　　14．[﹣1，3].　　15．$\pm\frac{4}{3}$　　16．$\frac{\sqrt{3}}{3}$

三、解答题

17．解：（1）由正弦定理将 2cos$C$（$a$cos$B$+$b$cos$A$）＝c，

等价化为：2cos$C$（sin$A$cos$B$+sin$B$cos$A$）＝sin$C$，

因为 $A+B+C=\pi$，

所以 sin$A$cos$B$+sin$B$cos$A$＝sin（$A+B$）＝sin（π﹣C）＝sin$C$.

又因为 $C\in(0，\pi)$，所以 sin$C\neq0$，

所以 2cos$C$（sin$A$cos$B$+sin$B$cos$A$）＝sin$C$，等价化为 cos$C$=$\frac{1}{2}$，

所以 $C=\frac{\pi}{3}$　　……………6 分

（2）由余弦定理得：$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$，化简得 $a^2+b^2-ab=36$，又 $a+b=8$，

所以 $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=64-2ab$，所以 $ab=\frac{28}{3}$，

所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{7\sqrt{3}}{3}$.　　……………12 分

18．**解：**（1）依题意得，m、n 的所有情况为：

{23，25}、{23，30}、{23，26}、{23，16}、{25，30}、{25，26}、{25，16}、{30，26}、{30，16}、{26，16}共有 10 个；

设“m、n 均不小于 25”为事件 A，则事件 A 包含的基本事件为：

{25，30}、{25，26}、{30，26}共有 3 个，

所以 $P(A)=\frac{3}{10}$，即事件 A 的概率为$\frac{3}{10}$；　　……………4 分

（2）①由数据得$\overline{x}=12$，$\overline{y}=27$，$\sum_{i=1}^{3}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})=5$，$\sum_{i=1}^{3}(x_i-\overline{x})^2=2$，

$\therefore \hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}=\frac{5}{2}$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\cdot\overline{x}=27-\frac{5}{2}\times12=-3$；

∴y 关于 x 的线性回归方程为$\hat{y}=\frac{5}{2}x-3$； ……………………8 分

②由①知，y 关于 x 的线性回归方程为$\hat{y}=\frac{5}{2}x-3$，

当 $x=10$ 时，$\hat{y}=\frac{5}{2}\times 10-3=22$，且$|22-23|<2$，当 $x=8$ 时，$\hat{y}=\frac{5}{2}\times 8-3=17$，且$|17-16|<2$；

所以，所得到的线性回归方程$\hat{y}=\frac{5}{2}x-3$ 是可靠的． ……………………12 分

19．**解**：（1）设数列$\{a_n\}$的公差为 d，

由题意知：$\begin{cases}2a_1+d=8\\2a_1+9d=2a_1+8d+2\end{cases}$，解得 $a_1=3$，$d=2$．

所以 $a_n=2n+1$． ……………………6 分

（2）由（1），$a_n=2n+1$，则有$S_n=\frac{n}{2}(3+2n+1)=n^2+2n$．

则$\frac{1}{S_n}=\frac{1}{n(n+2)}=\frac{1}{2}(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2})$．

所以 $T_n=\frac{1}{2}[(1-\frac{1}{3})+(\frac{1}{2}-\frac{1}{4})+(\frac{1}{3}-\frac{1}{5})+\cdots+(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n+1})+(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2})]$，

$=\frac{1}{2}(1+\frac{1}{2}-\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2})<\frac{3}{4}$． ……………………………12 分

19．**证明**：（1）∵三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 为直棱柱，

∴$A_1A\perp$平面 ABC，

又 $BC\subset$平面 ABC，∴$A_1A\perp BC$，

∵$AD\perp$平面 A_1BC，且 $BC\subset$平面 A_1BC，

∴$AD\perp BC$．又 $AA_1\subset$平面 A_1AB，$AD\subset$平面 A_1AB，

∴$BC\perp$平面 A_1AB，又 $A_1B\subset$平面 A_1BC，

∴$BC\perp A_1B$． ………………………………6 分

解：（2）∵$A_1A\perp$平面 ABC，$BP\subset$平面 ABC，∴$BP\perp A_1A$

∵$AB=BC$，P 为 AC 的中点，

∴$BP\perp AC$，又 $A_1A\cap AC=A$，∴$BP\perp$平面 AA_1C_1C，∴$AH\perp BP$，

过 A 作 AH 垂直 A_1P 于 H，则 $AH\perp A_1BP$，

∴$\angle A_1PA$ 就是 AP 与平面 A_1BP 的角，等于 PC 与平面 A_1BP 的角，

在 Rt△A_1BA 中，$\angle ABD=\frac{\pi}{3}$，∴$A_1A=2\sqrt{3}$，

∵$A_1A=2\sqrt{3}$，$AP=\sqrt{2}$，∴$A_1P=\sqrt{14}$，

在 Rt△A_1AP 中，$\cos\angle A_1PA=\frac{AP}{A_1P}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{14}}=\frac{\sqrt{7}}{7}$，

∴直线 PC 与面 PA_1B 的所成角的余弦值是$\frac{\sqrt{7}}{7}$． ……………………………12 分

21．**解**：（Ⅰ）∵双曲线的离心率为$\frac{2\sqrt{3}}{3}$，所以椭圆的离心率 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$,

又∵直线 $x-y-2=0$ 过椭圆的右顶点，∴右顶点为（2，0），即 $a=2$，$c=\sqrt{3}$，$b=1$，…（2 分）

∴椭圆方程为：$\frac{x^2}{4}+y^2=1$．…（4 分）

（Ⅱ）由题意可设直线的方程为：$y=kx+m$•（$k\neq0$，$m\neq0$），M（x_1，y_1）、N（x_2，y_2）

联立$\begin{cases}y=kx+m\\ \frac{x^2}{4}+y^2=1\end{cases}$消去 y 并整理得：$(1+4k^2)x^2+8kmx+4(m^2-1)=0$…（5 分）

则$x_1+x_2=-\frac{8km}{1+4k^2}$，$x_1x_2=\frac{4(m^2-1)}{1+4k^2}$

于是$y_1y_2=(kx_1+m)(kx_2+m)=k^2x_1x_2+km(x_1+x_2)+m^2$…（6 分）

又直线 OM、MN、ON 的斜率依次成等比数列．

∴$\frac{y_1}{x_1}\cdot\frac{y_2}{x_2}=\frac{k^2x_1x_1+km(x_1+x_2)+m^2}{x_1x_2}=k^2$，$\Rightarrow-\frac{8k^2m^2}{1+4k^2}+m^2=0$…（8 分）

由 $m\neq0$ 得：$k^2=\frac{1}{4}\Rightarrow k=\pm\frac{1}{2}$

又由$\triangle=64k^2m^2-16(1+4k^2)(m^2-1)=16(4k^2-m^2+1)>0$，得：$0<m^2<2$

显然 $m^2\neq1$（否则：$x_1x_2=0$，则 x_1，x_2 中至少有一个为 0，

直线 OM、ON 中至少有一个斜率不存在，与已知矛盾）　　　…（10 分）

设原点 O 到直线的距离为 d，则：

$$S_{\triangle OMN}=\frac{1}{2}|MN|d=\frac{1}{2}\frac{|m|}{\sqrt{1+k^2}}\sqrt{1+k^2}|x_1-x_2|=\frac{1}{2}|m|\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{-(m^2-1)^2+1}$$

∴故由 m 的取值范围可得$\triangle OMN$ 面积的取值范围为（0，1）…（12 分）

22．**解**：（1）已知直线 l 的参数方程为$\begin{cases}x=\frac{1}{2}t\\ y=\frac{\sqrt{3}}{2}t-1\end{cases}$（$t$ 为参数）．

转换为直角坐标方程为：$\sqrt{3}x-y-1=0$．

曲线 C 的极坐标方程是$\rho=2\sqrt{2}sin(\frac{\pi}{4}+\theta)$．

转换为直角坐标方程为：$x^2+y^2=2x+2y$，

整理得：$(x-1)^2+(y-1)^2=2$，　　　……………………………………5 分

（2）将直线 l 的参数方程为$\begin{cases}x=\frac{1}{2}t\\ y=\frac{\sqrt{3}}{2}t-1\end{cases}$（$t$ 为参数），代入$(x-1)^2+(y-1)^2=2$．

得到：$(\frac{1}{2}t-1)^2+(\frac{\sqrt{3}}{2}t-2)^2=2$，化简得：$t^2-(1+2\sqrt{3})t+3=0$，

所以：$t_1+t_2=1+2\sqrt{3}$（t_1 和 t_2 为 A、B 对应的参数）．

故：$|PA|+|PB|=|t_1+t_2|=1+2\sqrt{3}$．　　　……………………………………10 分

【选择填空解析参考】

1．解：∵$3-x^2>-2x$，∴$x^2-2x-3<0$，

∴$-1<x<3$，∴$N=\{x|-1<x<3\}$，

∴$M\cap \mathbf{N}=\{1，2\}$．故选：A．

2．解：由 2018 年 1 月至 2018 年 11 月期间“跑团”每月跑步的平均里程（单位：公里）的数据，绘制的折线图，知：

在 A 中，月跑步平均里程的中位数为 5 月份对应的里程数，故 A 错误；

在 B 中，1 月至 5 月的月跑步平均里程相对于 6 月至 11 月，波动性更小，变化比较平稳，故 B 正确．

在 C 中，月跑步平均里程高峰期大致在 9、10 月，故 C 错误；

在 D 中，月跑步平均里程 2 月、7 月、8 月和 11 月减少，故 D 错误；故选：B．

3．解：由算法流程图可知，输出结果是首项为$\frac{1}{2}$，公比也为$\frac{1}{2}$的等比数列的前 9 项和，即为$\frac{2^9-1}{2^9}$．故选：A．

4．解：由 $a>b>0$ 可推出$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$，但由推出$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$，不能推出 $a>b>0$，

故“$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$”是“$a>b>0$”的必要不充分条件，故选：B．

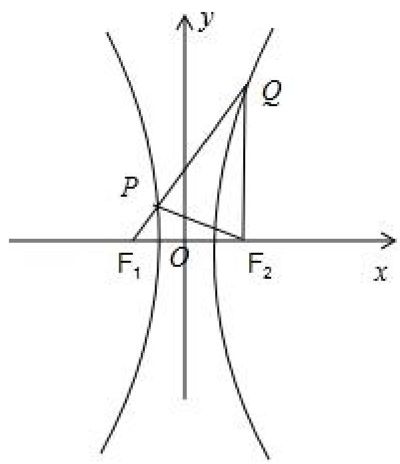
5．解：设首项为 a_1，由于 $q=-2$，$S_5=\frac{11}{2}$，∴$S_5=\frac{a_1(1-(-2)^5)}{1+2}=\frac{11}{2}$，

解得 $a_1=\frac{1}{2}$，∴$a_4=a_1q^3=\frac{1}{2}\times(-2)^3=-4$，

故选：C．

6．解：∵$sin\alpha=-\frac{1}{3}$，且α为第四象限角，∴$\cos\alpha=\sqrt{1-sin^2\alpha}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，

∴$\tan(\pi-\alpha)=-\tan\alpha=-\frac{sin\alpha}{cos\alpha}=\frac{\sqrt{2}}{4}$．故选：$A$．



7．解：双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的左、右焦点分别为 $F_1(-c，0)$，$F_2(c，0)$，

过点 F_1 且斜率为$\sqrt{3}$的直线为：$y=\sqrt{3}(x+c)$，$QP=QF_2$，

$|PF_1|=2a$，$|PF_2|=4a$，

$|F_1F_2|=2c$，$\angle PF_1F_2=\frac{\pi}{3}$，可得：$16a^2=4a^2+4c^2-2\times2a\times2c\cos\frac{\pi}{3}$，

解得 $2b=a$，所以 $e^2-e-3=0$，$e>1$，可得 $e=\frac{\sqrt{13}+1}{2}$故选：C．

8．解：从 4 名男生 2 名女生中任选 3 人参加演讲比赛，基本事件总数 $n=C_6^3=20$，

所选 3 人中恰有 1 名女生包含的基本事件个数 $m=C_4^2C_2^1=12$，

则所选 3 人中恰有 1 名女生的概率为 $p=\frac{m}{n}=\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$．故选：$C$．

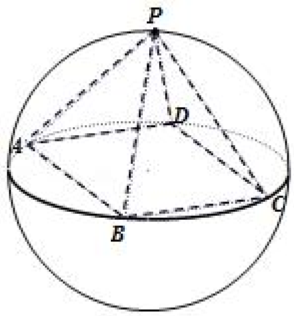
9．解：∵$a=\log_{16}64=\frac{log_2 2^6}{log_2 2^4}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$，$b=lg0.2<0$，$c=2^{1.2}>2$，则 a，b，c 的大小关系是 $b<a<c$．选：B．

10．解：因为球 O 的表面积是 16π，所以 $S=4\pi R^2=16\pi$，解得 $R=2$．

如图，四棱锥 $P-ABCD$ 底面为矩形且矩形的四个顶点 A，B，C，D 在球 O 的同一个大圆上，设矩形的长宽为 x，y，

则 $x^2+y^2=(2R)^2\geqslant 2xy$，当且仅当 $x=y$ 时上式取等号，

即底面为正方形时，底面面积最大，



此时$S_{正方形ABCD}=2R^2=8$．点 P 在球面上，

当 $PO\perp$底面 $ABCD$ 时，$PO=R$，即 $h_{max}=R$，

则四棱锥 $P-ABCD$ 体积的最大值为$\frac{16}{3}$．故选：D．

11．解：椭圆 C：$\frac{x^2}{m}+\frac{y^2}{m-4}=1(m>4)$是焦点在 x 轴上的椭圆，则 $a^2=m$，$b^2=m-4$，

$\therefore c=\sqrt{a^2-b^2}=2$．可得右焦点 F（2，0），左焦点 F'（－2，0），

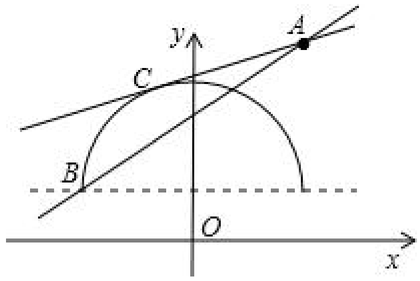
由椭圆的定义可得 $2a=|PF|+|PF'|$，即$|PF|=2a-|PF'|$，可得$|PA|-|PF|=8-2a$，

由$||PA|-|PF||\leqslant|AF|=2$，可得 $-2\leqslant 8-2a\leqslant 2$，解得 $3\leqslant a\leqslant 5$，即 $9\leqslant a^2\leqslant 25$．

又点 A（－2，2）在椭圆 C 内，$\therefore\frac{4}{m}+\frac{4}{m-4}<1$，解得 $m<6-2\sqrt{5}$或 $m>6+2\sqrt{5}$．

$\therefore m$ 的取值范围是$(6+2\sqrt{5}，25]$．故选：A．

12.解：根据题意画出图形，如图所示：



由题意可得：直线 l 过 $A(2,4)$，$B(-2,1)$，

又曲线 $y=1+\sqrt{4-x^2}$图象为以$(0,1)$为圆心，2 为半径的半圆，

当直线 l 与半圆相切，C 为切点时，圆心到直线 l 的距离 $d=r$，

即$\frac{|3-2k|}{\sqrt{k^2+1}}=2$，解得：$k=\frac{5}{12}$;

当直线 l 过 B 点时，直线 l 的斜率为$\frac{4-1}{2-(-2)}=\frac{3}{4}$,

则直线 l 与半圆有两个不同的交点时，实数 k 的范围为$(\frac{5}{12},\frac{3}{4}]$.故选 B.

二．填空题（共 4 小题）

13．解：由变量 x，y 满足$\begin{cases}x-2y+4\leq 0\\x\geq 2\\x+y-6\leq 0\end{cases}$作出可行域如图：

A（2，3），$\begin{cases}x-2y+4=0\\x+y-6=0\end{cases}$解得 B（$\frac{8}{3}$，$\frac{10}{3}$），$z=\frac{y+1}{x-3}$的**几何意义**为：

可行域内动点与定点 D（3，－1）连线的斜率．

$\because k_{DA}=\frac{3+1}{2-3}=-4$，$k_{DB}=\frac{\frac{10}{3}+1}{\frac{8}{3}-3}=-13$．$\therefore z=\frac{y+1}{x-3}$的取值范围是[－13，－4]．

所以最小值为-13

14．若命题“$\exists x_0\in\mathbf{R}$，$x_0^2+(a-1)x_0+1<0$”是假命题，则实数 a 的取值范围为__$[-1,3]$__．

【解答】解：∵命题“$\exists x_0\in\mathbf{R}$，$x_0^2+(a-1)x_0+1<0$”是假命题，

∴命题“$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2+(a-1)x+1\geqslant 0$”是真命题，

即对应的判别式$\triangle=(a-1)^2-4\leqslant 0$，即$(a-1)^2\leqslant 4$，

∴$-2\leqslant a-1\leqslant 2$，即$-1\leqslant a\leqslant 3$，故答案为：$[-1,3]$.

15．过抛物线 C：$y^2=2px$（$p>0$）的焦点 F 的直线与抛物线交于 M，N 两点，若$\overrightarrow{MF}=4\overrightarrow{FN}$，则直线 l 的斜率为__$\pm\frac{4}{3}$__.

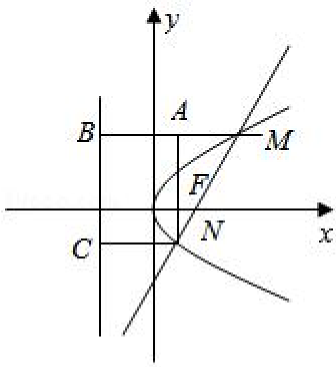
【解答】解：如图，作 MB 垂直准线于 B，作 NC 垂直准线于 C，

根据抛物线定义，可得 $MB=MF$，$NC=NF$.

作 NA 垂直 MB 于 A，设 $FN=m$，则 $MN=5m$，$NA=MF-NF=3m$.

在直角三角形 AMN 中，$\tan\angle NMA=\frac{AN}{AM}=\frac{4}{3}$,

∴直线 l 的斜率为$\pm\frac{4}{3}$，故答案为：$\pm\frac{4}{3}$.



16．在$\triangle ABC$ 中，若 $\sin(2A+B)=2\sin B$，则 $\tan B$ 的最大值为__$\frac{\sqrt{3}}{3}$__

【解答】解：∵$\sin(2A+B)=2\sin B$，

∴$\sin(A+B)\cos B+\cos(A+B)\sin B=2\sin(A+C)=2\sin A\cos C+2\cos A\sin C$，

∴$\sin C\cos B-\cos C\sin B=2\sin A\cos C+2\cos A\sin C$，可得：$\sin C\cos A=-3\sin A\cos C$，

∴$\tan C=-3\tan A$，

∴$\tan B=-\tan(A+C)=-\frac{\tan A+\tan C}{1-\tan A\tan C}=\frac{2\tan A}{1+3\tan^2 A}=\frac{2}{\frac{1}{\tan A}+3\tan A}\leq\frac{2}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$,

当且仅当$\frac{1}{\tan A}=3\tan A$，即 $\tan A=\frac{\sqrt{3}}{3}$时取等号，

则 $\tan B$ 的最大值为$\frac{\sqrt{3}}{3}$.

故答案为：$\frac{\sqrt{3}}{3}$.