昆明八中特色级部高二下学期月考一（理科答案）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
选项	C	A	A	D	C	B	C	B	A	D	B	B

13. 2　　14. $x-2y+3=0$　　15. $\frac{\pi^2}{72}+\frac{\pi}{2}+\frac{9}{2}=\frac{(\pi+18)^2}{72}$　　16. 2+ $\sqrt{2}$

17.解：（1）不等式 $f(x)+x>0$ 可化为：

当 $x<-1$ 时， $-(x-2)+x>-(x+1)$ 解得 $x>-3$ 即 $-3<x<-1$ ；

当 $-1\le x\le 2$ 时， $-(x-2)+x>x+1$ 解得 $x<1$ 即 $-1\le x<1$ ；

当 $x>2$ 时， $x-2+x>x+1$ 解得 $x>3$ 即 $x>3$ ；

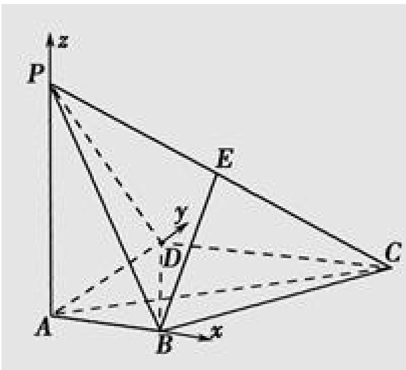
综上所述：不等式 $f(x)+x>0$ 的解集为 $\{x|-3<x<1$ 或 $x>3\}$ ————6 分

（2）由不等式 $f(x)\le a^2-2a$,可得

$a^2-2a\ge 3$ ，即 $a^2-2a-3\ge 0$,解得 $a\ge 3$ 或 $a\le -1$,

故实数 a 的取值范围是 $a\ge 3$ 或 $a\le -1$.　　————12 分

18.（1）解：依题意，以点 A 为原点建立空间直角坐标系(如图)，



可得 B(1，0，0) ，

C(2，2，0)，D(0，2，0)，P(0，0，2) ，

由 E 为棱 PC 的中点，

得 E(1，1，1) ，

向量 $\overrightarrow{BE}=(0,1,1)$ ， $\overrightarrow{DC}=(2,0,0)$ ，故 $\overrightarrow{BE}\cdot\overrightarrow{DC}=0$ ，

所以 BE ⊥ DC .　　————4 分

（2）解：$\overrightarrow{BC}=(1,2,0)$ ，$\overrightarrow{CP}=(-2,-2,2)$ ，$\overrightarrow{AC}=(2,2,0)$ ，$\overrightarrow{AB}=(1,0,0)$.

由点 F 在棱 PC 上，设 $\overrightarrow{CF}=\lambda\overrightarrow{CP}$，$0\le\lambda\le 1$ ，

故 $\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{BC}+\lambda\overrightarrow{CP}=(1-2\lambda,2-2\lambda,2\lambda)$，

由 BF ⊥ AC ，得 $\overrightarrow{BF}\cdot\overrightarrow{AC}=0$ ，因此 $2(1-2\lambda)+2(2-2\lambda)=0$ ，解得 $\lambda=\frac{3}{4}$ ，

即 $\overrightarrow{BF}=(-\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{3}{2})$，设 $n_1=(x,y,z)$ 为平面 FAB 的法向量，

则 $\begin{cases} n_1\cdot\overrightarrow{AB}=0 \\ n_1\cdot\overrightarrow{BF}=0 \end{cases}$，即 $\begin{cases} x=0 \\ -\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}y+\frac{3}{2}z=0 \end{cases}$，

不妨令 $Z=1$，可得 $n_1=(0,-3,1)$ 为 平面 FAB 的一个法向量.

取平面 ABP 的法向量 $n_2=(0,1,0)$，则

$\cos\langle n_1,n_2\rangle=\frac{n_1\cdot n_2}{|n_1|\cdot|n_2|}=\frac{-3}{\sqrt{10}\times 1}=\frac{-3\sqrt{10}}{10}$，

易知，二面角 F－AB－P 是锐角，所以其余弦值为 $\frac{3\sqrt{10}}{10}$； ————12 分

19.（1）解：（Ⅰ）因为 $a_{n+1}=a_n+2$，即 $a_{n+1}-a_n=2$，所以 $\{a_n\}$ 是等差数列，

又 $a_1=1$，所以 $a_n=2n-1$，从而 $S_n=\frac{n(1+2n-1)}{2}=n^2$． ————4 分

（Ⅱ）因为 $a_n=2n-1$，所以 $3b_1+5b_2+7b_3\cdots+(2n+1)b_n=\ 2^n\cdot(2n-1)+1$，

当 $n\ge 2$ 时，$3b_1+5b_2+7b_3\cdots+(2n-1)b_{n-1}+(2n+1)b_n=\ 2^n\cdot(2n-1)+1$ ①

$3b_1+5b_2+7b_3\cdots+(2n-1)b_{n-1}=\ 2^{n-1}\cdot(2n-3)+1$ ②

①-②可得 $(2n+1)b_n=2^{n-1}\cdot(2n+1)$，$(n\ge 2)$，即 $b_n=2^{n-1}$，

而 $b_1=1$ 也满足，故 $b_n=2^{n-1}$．

令 $b_n\ge 8S_n$，则 $2^{n-1}\ge 8n^2$，即 $2^{n-4}\ge n^2$，

因为 $2^{10-4}<10^2$，$2^{11-4}>11^2$，依据指数增长性质，整数 k 的最小值是 11.

————12 分

20. 解：（1）由条件，得 $b=\sqrt{3}$，且 $\frac{2a+2c}{2}\sqrt{3}=3\sqrt{3}$，所以 $a+c=3$.

又 $a^2-c^2=3$，解得 $a=2$，$c=1$．所以椭圆的方程 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$． ——4 分

（2）显然，直线的斜率不能为 0，设直线方程为 $x=my-1$，直线与椭圆交于

$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，联立方程 $\begin{cases} \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1 \\ x=my-1 \end{cases}$，消去 x 得，$(3m^2+4)y^2-6my-9=0$．

因为直线过椭圆内的点，无论 m 为何值，直线和椭圆总相交.

$\therefore y_1+y_2=\frac{6m}{3m^2+4},y_1y_2=-\frac{9}{3m^2+4}$．

$$S_{\Delta F_2AB}=\frac{1}{2}|F_1F_2||y_1-y_2|=|y_1-y_2|=\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}=12\sqrt{\frac{m^2+1}{(3m^2+4)^2}}$$

$$=4\sqrt{\frac{m^2+1}{(m^2+1+\frac{1}{3})^2}}=4\sqrt{\frac{1}{m^2+1+\frac{2}{3}+\frac{1}{9(m^2+1)}}},$$

令$t=m^2+1\geq 1$，设$y=t+\frac{1}{9t}$，易知$t\in(0,\frac{1}{3})$时，函数单调递减，$t\in(\frac{1}{3},+\infty)$函数单调递增，所以当$t=m^2+1=1$即$m=0$时，$y_{\min}=\frac{10}{9}$，$S_{\Delta F_2AB}$取最大值$3$.

————12 分

21．解：（Ⅰ）当 $a=-1$ 时， $f(x)=-x-\frac{2}{x}-\ln x-3,(x>0)$ ，

所以 $f'(x)=\frac{-x^2-x+2}{x^2}=\frac{-(x-1)(x+2)}{x^2}$ ，

则当 $x\in(0,1)$ 时， $f'(x)>0$ ，则 $f(x)$ 单调递增；

当 $x\in(1,+\infty)$ 时， $f'(x)<0$ ，则 $f(x)$ 单调递减；

所以 $f(x)$ 单调递增区间为 $(0,1)$ ， $f(x)$ 单调递减区间为 $(1,+\infty)$ ． ———4 分

（Ⅱ）因为 $f(x)=ax+\frac{a-1}{x}+1-2a-\ln x$ ， $x\in[1,+\infty)$ ，则 $f(1)=0$ ，

$f'(x)=a-\frac{a-1}{x^2}-\frac{1}{x}=\frac{ax^2-x-(a-1)}{x^2}=\frac{a}{x^2}(x-1)(x-\frac{1-a}{a})$.

①当 $0<a<\frac{1}{2}$ ，时，有 $\frac{1-a}{a}>1$ ，

故当 $1<x<\frac{1-a}{a}$ ，则 $f'(x)<0$ ， $f(x)$ 在 $[1,\frac{1-a}{a})$ 上是减函数，

所以当 $x\in(1,\frac{1-a}{a})$ 时， $f(x)<f(1)<0$ ，与 $f(x)\geq 0$ 在 $[1,+\infty)$ 恒成立矛盾。

②当 $a\geq\frac{1}{2}$ 时， $\frac{1-a}{a}\leq 1$ ，此时 $f'(x)\geq 0$ 在 $[1,+\infty)$ 上成立，

所以 $f(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上是增函数，

所以 $f(x)\geq f(1)=0$ ，

即 $f(x)\geq 0$ 在 $[1,+\infty)$ 上恒成立.

综上所述，所求 a 的取值范围为 $[\frac{1}{2},+\infty)$ ． ————8 分

（III）由（Ⅱ）知当 $a\geq\frac{1}{2}$ 时， $f(x)\geq 0$ 在 $[1,+\infty)$ 上恒成立，

即 $ax+\frac{a-1}{x}+1-2a-\ln x\geq 0(x\geq 1)$ ，

当 $a=\frac{1}{2}$ 时，则有 $\frac{1}{2}(x-\frac{1}{x})\ge \ln x$ ，

所以当 $x>1$ 时， $\frac{1}{2}(x-\frac{1}{x})>\ln x$.

令 $x=\frac{k+1}{k}$ ，则有 $\ln\frac{k+1}{k}<\frac{1}{2}(\frac{k+1}{k}-\frac{k}{k+1})=\frac{1}{2}[(1+\frac{1}{k})-(1-\frac{1}{k+1})]$ ，

即 $\ln(k+1)-\ln k<\frac{1}{2}(\frac{1}{k}+\frac{1}{k+1})$ ， $k=1,2,3,\cdots,n$ ，

将上述 n 个不等式依次相加得：

$\ln(n+1)<\frac{1}{2}+(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n})+\frac{1}{2(n+1)}$ ，

整理得 $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}>\ln(n+1)+\frac{n}{2(n+1)},(n\ge 1)$. ————12 分

22.（1）解：依题意，直线 l_1 直角的坐标方程为 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x$ ，

直线 l_2 直角的坐标方程为 $y=\sqrt{3}x$ ，

由 $\rho=2\sqrt{3}\cos\theta+2\sin\theta$ 得 $\rho^2=2\sqrt{3}\rho\cos\theta+2\rho\sin\theta$ ，

$\because \rho^2=x^2+y^2,\rho\cos\theta=x,\rho sin\theta=y$ ，

$\therefore \rho^2=(x-\sqrt{3})^2+(y-1)^2=4$ ，

∴曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=\sqrt{3}+2cos\alpha\\ y=1+2sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$ 为参数） ————5 分

（2）解：联立 $\begin{cases}\theta=\frac{\pi}{6}\\ \rho=2\sqrt{3}cos\theta+2sin\theta\end{cases}$ ，得 $|OA|=|\rho_1|=4$ ，

同理 $|OB|=|\rho_2|=2\sqrt{3}$ ，又 $\angle AOB=\frac{\pi}{6}$ ，

$\therefore S_{\Delta AOB}=\frac{1}{2}|OA||OB|sin\angle AOB=\frac{1}{2}\times 4\times 2\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=2\sqrt{3}$ ，

即 ΔAOB 的面积为 $2\sqrt{3}$. ————10 分