昆八中 2018-219 学年度下学期月考一

平行高一数学答案

考试时间：120 分钟　　满分：150 分　　命题教师：特色高一数学备课组

一、选择题（本大题共 12 道小题，每题 5 分，共 60 分）

1．已知 a，b，c 分别为$\triangle ABC$内角 A，B，C的对边，$b^2=a^2+c^2-ac$，则角$B=($　　$)$

A．$\frac{2\pi}{3}$　　B．$\frac{\pi}{3}$　　C．$\frac{5\pi}{6}$　　D．$\frac{\pi}{6}$

【答案】B

【解析】利用余弦定理,$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{ac}{2ac}=\frac{1}{2}$,故$B=\frac{\pi}{3}$,故选 B.

2．下列关系式中正确的是（　　）

A．$\sin 11^0<\cos 10^0<\sin 168^0$　　B．$\sin 168^0<\sin 11^0<\cos 10^0$

C．$\sin 11^0<\sin 168^0<\cos 10^0$　　D．$\sin 168^0<\cos 10^0<\sin 11^0$

【答案】C

【解析】解：∵sin168°=sin（180°﹣12°）=sin12°，cos10°=sin（90°﹣10°）=sin80°．

又∵y=sinx 在 x $\in[0,\frac{\pi}{2}]$上是增函数，

∴sin11°＜sin12°＜sin80°，即 sin11°＜sin168°＜cos10°．故选：C．

3、在ΔABC中，角 A、B、C 所对的边分别为 a、b、c；已知$a\cos B=b\cos A$，那么ΔABC一定是　　（　　）

A．等腰三角形　　*B*．直角三角形

C．等腰三角形或直角三角形　　*D*．等腰直角三角形

【答案】A

【解析】根据正弦定理得$\sin A\cos B=\sin B\cos A$，即$\sin(A-B)=0$，所以 A=B，故选 A；

4．下列函数中，既是奇函数又在区间$(0,+\infty)$上为增函数的是(　　)

A．$y=x^3-\frac{1}{x}$　　B．$y=\tan x$　　C．$y=2^x$　　D．$y=\sin x$

【答案】A

【解析】$A.f(-x)=-x^3+\frac{1}{x}=-f(x)$，则函数$f(x)$是奇函数，$\because y=x^3$和$y=-\frac{1}{x}$在$(0,+\infty)$上都是增函数，$\therefore f(x)$是增函数，满足条件．B.$y=\tan x$在$(0,+\infty)$上不单调，不满足条件．C.$y=2^x$是增函数，但不是奇函数，不满足条件．D.$y=\sin x$是奇函数，在$(0,+\infty)$上

不是单调函数，不满足条件．故选：A.

5．设S_n为等差数列$\{a_n\}$的前n项和．若$S_5=25$，$a_3+a_4=8$，则$\{a_n\}$的公差为（　　）

A．-2　　　B．-1　　　C．1　　　D．2

【答案】A

【解析】依题意，可得$S_5=\frac{5(a_1+a_5)}{2}=\frac{5\times 2a_3}{2}=25$，解得$a_3=5$，

又$a_3+a_4=8$，所以$a_4=3$，

所以公差$d=a_4-a_3=3-5=-2$，故选 A。

6．在$\triangle ABC$中，$\angle BAC=30°$，$BC=2$，$AC=2\sqrt{3}$，则$AB=$(　　)

A．4　　B．2　　C．4 或 2　　D．$2\sqrt{3}$

【答案】C

【解析】利用余弦定理可知$\frac{AB^2+AC^2-BC^2}{2\cdot AB\cdot AC}=cos30^0$，而$\mathrm{AC}=2\sqrt{3},\mathrm{BC}=2$，代入可得

$\mathrm{AB}=4$ 或 2，故选 C。

7．在等差数列$\{a_n\}$中，已知$a_6+a_7<0$，且$\mathrm{S}_{11}>0$，则S_n中最大的是(　　)

A．S_5　B．S_6　C．S_7　D．S_8

【答案】B

【解析】∵在等差数列$\{a_n\}$中，$a_6+a_7<0$，且$S_{11}>0$，∴$S_{11}=\frac{11}{2}(a_1+a_{11})=11a_6>0$，

∴$a_6>0$，$a_7<0$，∴S_n中最大的是S_6．故选：B.

8．已知$\vec{a}$，$\vec{b}$都为单位向量，且$\vec{a}$，$\vec{b}$夹角的余弦值是$\frac{4}{5}$，则$|\vec{a}-2\vec{b}|=$(　　)

A．$\frac{4}{5}$　　B．$\frac{9}{5}$　　C．$\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　D．$\frac{3\sqrt{5}}{5}$

【答案】D

【解析】依题意$|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$，

$$\therefore|\vec{a}-2\vec{b}|=\sqrt{(\vec{a}-2\vec{b})^2}=\sqrt{\vec{a}^2+4\vec{b}^2-4\vec{a}\cdot\vec{b}}$$

$$=\sqrt{1+4-4\times1\times1\times\frac{4}{5}}=\sqrt{\frac{9}{5}}=\frac{3\sqrt{5}}{5}，故选 D.$$

9．已知$\overrightarrow{AB}=(\cos22°,\sin22°)$，$\overrightarrow{AC}=(2\cos52°,2\sin52°)$.则$\triangle ABC$的面积为（　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D．1

【答案】A

【解析】根据题意，$\overrightarrow{AB}=(\cos22°,\sin22°)$，$\overrightarrow{AC}=(2\sin38°,2\cos38°)$，

有$|\overrightarrow{AB}|=1$，$|\overrightarrow{AC}|=2$，

则$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=2(\cos22°\sin38°+\sin22°\cos38°)=2\sin60°=\sqrt{3}$

可得$\cos A=\frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，则$\angle A=30°$，则$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|\sin\angle A=\frac{1}{2}\times1\times2\times\frac{1}{2}$

故选：A.

10．已知函数$y=\sin x$的定义域为$[a,b]$，值域为$[-\frac{\sqrt{3}}{2},1]$，则$b-a$的最大值为(　　)

A．$\frac{2\pi}{3}$　　B．$\frac{5\pi}{6}$　　C．$\frac{3\pi}{2}$　　D．$\frac{5\pi}{3}$

【答案】D

【解析】解：∵$y=\sin x$的值域为$[-\frac{\sqrt{3}}{2}$，$1]$，∴$-\frac{\pi}{3}+2k\pi\leqslant x\leq\frac{4\pi}{3}+2k\pi$（$k\in Z$），

∴$(b-a)_{max}=(\frac{4\pi}{3}+2k\pi)-(-\frac{\pi}{3}+2k\pi)=\frac{5\pi}{3}$．故选：$D$.

11．已知函数$f(x)=3\sin2x+\sqrt{3}\cos2x$，将$f(x)$图象上各点的横坐标伸长为原来的 2 倍(纵坐标不变)，再向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位，得到函数$g(x)$的图象，已知$g(x)$分别在x_1，x_2处取得最大值和最小值，则$|x_1+x_2|$的最小值为（　）

A．$\frac{\pi}{3}$　　B．$\frac{2\pi}{3}$　　C．π　　D．$\frac{4\pi}{3}$

【答案】B

【解析】∵函数$f(x)=3\sin2x+\sqrt{3}\cos2x=2\sqrt{3}(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin2x+\frac{1}{2}\cos2x)=2\sqrt{3}\sin(2x+\frac{\pi}{6})$，

将$f(x)$图象上各点的横坐标伸长为原来的 2 倍(纵坐标不变)，可得$y=2\sqrt{3}\sin(x+\frac{\pi}{6})$的图象；再向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位，得到函数$g(x)=2\sqrt{3}\sin(x+\frac{\pi}{3})$的图象.

已知$g(x)$分别在x_1，x_2处取得最大值和最小值，$\therefore x_1+\frac{\pi}{3}=2k\pi+\frac{\pi}{2}\quad k\in Z$，

$x_2+\frac{\pi}{3}=2n\pi-\frac{\pi}{2}\quad n\in Z$.

则$|x_1+x_2|=|2k\pi+2n\pi-\frac{2\pi}{3}|$，故当$k+n=0$时，$|x_1+x_2|$取得最小值为$\frac{2\pi}{3}$，

故选：B.

12．在△ABC 中，角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，若$a^2+b^2=2019c^2$，$\frac{\tan C}{\tan A}+\frac{\tan C}{\tan B}=$（　　）

A．$\frac{1}{1009}$ B．$\frac{1}{1008}$　C．$\frac{1}{2018}$　D．$\frac{1}{2017}$

【答案】A

【解析】因为ΔABC中，$a^2+b^2=2019c^2$，

由正弦定理可得$\sin^2A+\sin^2B=2019\sin^2C$，

再由余弦定理可得$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{2018c^2}{2ab}=\frac{1009\sin^2C}{\sin A\sin B}$,

所以$\sin A\sin B\cos C=1009\sin^2C$,

$$\frac{\tan C}{\tan A}+\frac{\tan C}{\tan B}=\frac{\sin C\cos A}{\cos C\sin A}+\frac{\sin C\cos B}{\cos C\sin B}=\frac{\sin C\sin B\cos A+\sin A\sin C\cos B}{\sin A\sin B\cos C}$$

$$=\frac{\sin C\sin(A+B)}{1009\sin^2C}=\frac{\sin^2C}{1009\sin^2C}=\frac{1}{1009},$$

故选 A.

二、填空题（本大题共 4 道小题，每题 5 分，共 20 分）

13、$(1+\tan 17°)(1+\tan 28°)=$________；

【答案】2

14．已知S_n表示等差数$\{a_n\}$列的前 n 项和，且$\frac{S_5}{S_{10}}=\frac{1}{3}$，那么$\frac{S_5}{S_{20}}=$________；

【答案】$\frac{1}{10}$

【解析】由题意得$\frac{S_5}{S_{10}}=\frac{1}{3}$,

因为在等差数列$\{a_n\}$中，若 m，n，p，$q\in N^*$，且 $m+n=p+q$，则有 $a_m+a_n=a_p+a_q$.

所以$\frac{a_3}{a_5+a_6}=\frac{1}{3}$，即 $a_1=3d$.

那么$\frac{S_5}{S_{20}}=\frac{5a_3}{10(a_{10}+a_{11})}=\frac{a_1+2d}{2(2a_1+19d)}=\frac{1}{10}$.

15、若$\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$，且$3\cos 2\alpha=\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)$，则$\sin 2\alpha$的值为________；

【答案】$-\frac{17}{18}$

【解析】$3(\cos\alpha+\sin\alpha)(\cos\alpha-\sin\alpha)=\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos\alpha-\sin\alpha)$

所以$\cos\alpha+\sin\alpha=\frac{\sqrt{2}}{6}$，平方得$1+\sin 2\alpha=\frac{1}{18}$，$\sin 2\alpha=-\frac{17}{18}$.

16、已知数列$\{a_n\}$中，$a_1=2$，$a_{n+1}=f(a_n),(n\in N^*)$，函数$y=f(x)$的对应关系如下表，

则 $a_{2019}=$ ________；

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	2	4	5	3	1

【答案】5

【解析】$a_1=2$，$a_2=f(a_1)=f(2)=4$，$a_3=f(a_2)=f(4)=3$，

$$a_4=f(a_3)=f(3)=5,\ a_5=f(a_4)=f(5)=1,\ a_6=f(a_5)=f(1)=2=a_1$$

所以，$\{a_n\}$是周期为 5 的数列，所以$a_{2019}=a_4=5$；

三、解答题（请把必要的解题过程写在答题卡上；本大题共 6 道小题，共 70 分）

17.（本小题共 10 分）已知等差数列$\{a_n\}$是递增数列，且$a_1a_5=9$，$a_2+a_4=10$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)若$b_n=\dfrac{1}{a_n\cdot a_{n+1}}$ $(n\in N^*)$，求数列$\{b_n\}$的前n项和S_n.

【答案】（1）$a_n=2n-1$；（2）$\frac{n}{2n+1}$

【解析】(1)设首项为a_1，公差为 d 的等差数列$\{a_n\}$是递增数列，且$a_1a_5=9$，$a_2+a_4=10$.

则：$\begin{cases}a_1(a_1+4d)=9\\a_1+d+a_1+3d=10\end{cases}$，解得：$a_1=1$或 9，$a_5=9$或 1，由于数列为递增数列，

则：$a_1=1$，$a_5=9$．故：$d=2$，则：$a_n=1+2(n-1)=2n-1$.

(2)由于$a_n=2n-1$，则：$b_n=\frac{1}{a_n\cdot a_{n+1}}=\frac{1}{(2n+1)(2n-1)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)$.

所以：$S_n=b_1+b_2+\cdots+b_n=\frac{1}{2}\left[1-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right]=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2n+1}\right)=\frac{n}{2n+1}$.

18.（本小题共 12 分）已知向量$\vec{m}=(\sqrt{3}\sin2x+2,\cos x)$,$\vec{n}=(1,2\cos x)$,设函数$f(x)=\vec{m}\cdot\vec{n}$.

(Ⅰ)求函数$f(x)$的最小正周期和单调递增区间；

(Ⅱ)求函数$f(x)$在区间$[0,\frac{\pi}{4}]$的最大值和最小值.

【答案】(Ⅰ)最小正周期是π，增区间为$[-\frac{\pi}{3}+k\pi,\frac{\pi}{6}+k\pi]$，$k\in Z$；

(Ⅱ)最大值为 5，最小值为 4.

【解析】

(Ⅰ) $\because f(x)=\vec{m}\cdot\vec{n}=(\sqrt{3}sin2x+2，cosx)\cdot(1，2cosx)=\sqrt{3}sin2x+2+2cos^2x$

$$=\sqrt{3}sin2x+cos2x+3=2\left(sin2x\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+cos2x\cdot\frac{1}{2}\right)+3$$

$$=2sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)+3，$$

$\therefore T=\frac{2\pi}{2}=\pi，$

由$-\frac{\pi}{2}+2k\pi\le 2x+\frac{\pi}{6}\le\frac{\pi}{2}+2k\pi$，得$-\frac{\pi}{3}+k\pi\le x\le k\pi+\frac{\pi}{6}$,

所以$f(x)$的增区间为$\left[-\frac{\pi}{3}+k\pi,\frac{\pi}{6}+k\pi\right]$，$k\in Z$；

(Ⅱ) $\because x\in\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$，$\therefore 2x+\frac{\pi}{6}\in\left[\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3}\right]$ ，

可得$2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)\in[1,2]$

$f(x)=2sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)+3\ \in[4,5]$，

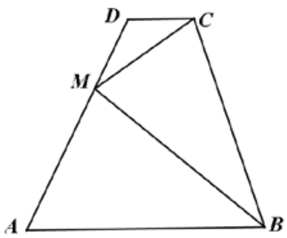
$f(x)$的最大值为 5，最小值为 4.

19（本小题共 12 分）如图，在梯形ABCD中，$AB\parallel CD$，$\angle A=60°$，M为AD上一点，

$AM=2MD=2$，$\angle BMC=60°$.

（1）若ΔMCD为等腰三角形，求BC;

（2）设$\angle DCM=\theta$，若$MB=4MC$，求$\tan\theta$.



【答案】（1）3（2）$\frac{\sqrt{3}}{2}$

【解析】（1）由$AB\parallel CD$，$\angle A=60°$可得，$\angle D=120°$，

又ΔMCD为等腰三角形，所以$\angle DMC=\angle DCM=30°$，

从而$MC=\sqrt{3}MD=\sqrt{3}$，$\angle AMB=90°$，

所以$MB=2\sqrt{3}$.

在ΔMBC中，由余弦定理得，$BC^2=BM^2+MC^2-2BM\cdot MC\cdot cos\angle BMC=9$，

即$BC=3$.

（2）因为$\angle DCM=\theta$，所以$\angle ABM=60°-\theta$，$0°<\theta<60°$.

在ΔMCD中，由正弦定理得，$MC=\frac{\sqrt{3}}{2\sin\theta}$;

在ΔMAB中，由正弦定理得，$MB=\frac{\sqrt{3}}{\sin(60°-\theta)}$,

由$MB=4MC$，得$\frac{\sqrt{3}}{sin(60°-\theta)}=\frac{4\sqrt{3}}{2sin\theta}$，解得$\tan\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

20．（本小题共 12 分）已知等差数列$\left\{a_n\right\}$的前n项和为S_n，满足$a_1+a_2=10$，$S_5=40$.

（Ⅰ）求数列$\left\{a_n\right\}$的通项公式；

（Ⅱ）设$b_n=\left|13-a_n\right|$，求数列$\left\{b_n\right\}$的前n项和T_n.

【答案】(1) $a_n=11-2n$；(2) $T_n=\left\{\begin{matrix}-n^2+10n,n\le 5\\ n^2-10n+50,n\ge 6\end{matrix}\right.$.

【解析】(Ⅰ) 由题意知，$a_1+a_2=2a_1+d=10$,①

$S_5=5a_3=40$，即$a_3=8$所以$a_1+2d=8$②

$\therefore\left\{\begin{matrix}a_1=4\\ d=2\end{matrix}\right.$ 所以$a_n=4+\left(n-1\right)\cdot 2=2n+2$

(Ⅱ) 令$c_n=13-a_n=11-2n$，$b_n=\left|c_n\right|=\left|11-2n\right|=\left\{\begin{matrix}11-2n,n\le 5\\ 2n-11,n\ge 6\end{matrix}\right.$，

设数列$\left\{c_n\right\}$的前n项和为S_n，则$S_n=-n^2+10n$.

当$n\le 5$时，$T_n=b_1+b_2+\cdots+b_n=S_n=-n^2+10n$.

当$n\ge 6$时，$T_n=b_1+b_2+\cdots+b_n=c_1+c_2+\cdots+c_5-\left(c_6+c_7+\cdots+c_n\right)$

$=-S_n+2S_5=n^2-10n+2\left(-5^2+10\times 5\right)=n^2-10n+50$.

$\therefore T_n=\left\{\begin{matrix}-n^2+10n,n\le 5\\ n^2-10n+50,n\ge 6\end{matrix}\right.$.

21．（本小题共 12 分）在$\triangle ABC$中，内角A,B,C的对边分别为a,b,c，且满足

$$\frac{b+c}{2abc}+\frac{\cos B+\cos C-2}{b^2+c^2-a^2}=0$$

. (1)证明：b，a，c成等差数列；

（2）已知$\triangle ABC$的面积为$\frac{15\sqrt{7}}{4}$，$\cos A=\frac{9}{16}$，求a的值.

【答案】(1) 见解析；(2) $a=5$.

【解析】(1) 由题设知$\frac{b+c}{2abc}+\frac{cosB+cosC-2}{b^2+c^2-a^2}=0$,

由正弦定理和余弦定理化简可得$\frac{\sin B+\sin C}{\sin A}+\frac{\cos B+\cos C-2}{\cos A}=0$，

即$sinBcosA+sinCcosA=2sinA-cosBsinA-cosCsinA$，

即$sinBcosA+cosBsinA+sinCcosA+cosCsinA=2sinA$，

$\therefore sin(A+B)+sin(A+C)=2sinA$，

∴由三角形内角和定理有$sinB+sinC=2sinA$，

∴由正弦定理有$b+c=2a$，

$\therefore b,a,c$成等差数列.

（2）由$cosA=\frac{9}{16}$得$\sin A=\frac{5\sqrt{7}}{16}$,

根据$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bcsinA=\frac{1}{2}bc\frac{5\sqrt{7}}{16}=\frac{15\sqrt{7}}{4}$，$bc=24$，

由余弦定理$a^2=b^2+c^2-2bccosA=(b+c)^2-\frac{25}{8}bc$，

又由（1）得$b+c=2a$，代入得$a^2=4a^2-75$，

$\therefore a=5.$

22.（本小题共 12 分）已知函数 $f(x)=\lg\frac{3-x}{3+x}$.

(1)判断并证明函数$f(x)$的奇偶性；

(2)判断函数$f(x)$在定义域上的单调性，并用单调性的定义证明；

(3)若$f(a^2-sint)\geq f(a+1+cos^2t)$对一切$t\in R$恒成立，求实数 a 的取值范围

【答案】（1）见解析；（2）见解析；（3）[0,1]

【解析】（1）由题意，要使函数有意义$\frac{3-x}{3+x}>0$，得$-3<x<3$，即函数的定义域为$(-3,3)$，

$\because f(x)=lg\frac{3-x}{3+x}$，$\therefore f(-x)=lg\frac{3+x}{3-x}=-lg\frac{3-x}{3+x}=-f(x)$，$\therefore f(x)$为奇函数；

（2）$f(x)$在$(-3,3)$上单调递减，

证明如下：设$-3<x_1<x_2<3$，则$f(x_1)-f(x_2)=\lg\frac{3-x_1}{3+x_1}-\lg\frac{3-x_2}{3+x_2}=\lg\frac{(3-x_1)(3+x_2)}{(3+x_1)(3-x_2)}$,

因为$(3-x_1)(3+x_2)-(3+x_1)(3-x_2)=9-x_1x_2+3x_2-3x_1-(9-x_1x_2+3x_1-3x_2)$

$=6(x_2-x_1)>0$，

$\therefore\frac{(3-x_1)(3+x_2)}{(3+x_1)(3-x_2)}>1$，$\therefore lg\frac{(3-x_1)(3+x_2)}{(3+x_1)(3-x_2)}>0$，$\therefore f(x_1)-f(x_2)>0$，即$f(x_1)>f(x_2)$，

$\therefore f(x)$在$(-3,3)$上单调递减.

(3)$\because f(a^2-sint)\geq f(a+1+cos^2t)$对一切$t\in R$恒成立，

$\therefore a^2-sint\leq a+1+cos^2t$，$\therefore sin^2t-sint\leq a+2-a^2$，

$\because -1\leq \sin t\leq 1$, $\therefore y=\sin^2t-\sin t=(\sin t-\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}$, 当$\sin t=-1$时，取最大值，即$y_{max}=2$，

$\therefore a+2-a^2 \geq 2$，解得$0 \leq a \leq 1$，

故 a 的取值范围为$[0,1]$.