昆八中 2018-2019 学年度下学期月考一

# 特色高一数学参考答案

一、选择题（每小题 5 分，共 60 分）

| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 答案 | D | B | C | A | B | D | C | A | D | C | A | B |

二、填空题（每小题 5 分，共 20 分）

13. $\dfrac{3}{2}$　　　14. $16$

15. $a_n=n^2-2n+21$　　　16. $\dfrac{1}{2}$

三、解答题（共 70 分）

17.（本小题满分 10 分）

解：（1）由正弦定理得，

$$2\sin B\cos B=\text{sinAcosAcosB}-\sin B\sin^2 A-\sin C\cos A$$

$$=\sin A\cos(A+B)-\sin C\cos A$$
$$=-\sin A\cos C-\sin C\cos A$$
$$=-\sin(A+C)$$
$$=-\sin B$$

$\because \sin B\neq 0,\therefore \cos B=-\dfrac{1}{2}$.....................4分

$\therefore B=\dfrac{2\pi}{3}$...............5分

（2）由$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B,b=\sqrt{7}a,\cos B=-\dfrac{1}{2}$,.............7分

得$c^2+ac-6a^2=0,\therefore c=2a$

由$S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}ac\sin B=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a^2=2\sqrt{3}$,.............9分

解得$a=2$.............10分

18.（本小题满分 12 分）

解：（1）设$\{a_n\}$的公差为$d$，由$a_2=23$，${a_{11}}^2=a_1\cdot a_{13}$得，

$\begin{cases}a_1+d=23\\(a_1+10d)^2=a_1(a_1+12d)\end{cases}$，解得$d=0$ 舍去，$d=-2$，$a_1=25$　.............4 分

所以$a_n=-2n+27$　....................6 分

（2）记 $S_n = a_1 + a_4 + a_7 + ... + a_{3n-2}$

由（1）知，$a_{3n-2} = -6n + 31$

故 $\{a_{3n-2}\}$ 是首相为 25，公差为 $-6$ 的等差数列，......................9 分

从而 $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_{3n-2}) = \frac{n}{2}(-6n + 56) = -3n^2 + 28n$ ......................12 分

19.（本小题满分 12 分）

解：（1）由已知条件，可得 $S_n + 1 = 2^n$，则 $S_n = 2^n - 1$

当 $n = 1$ 时，$a_1 = S_1 = 2^1 - 1 = 1$；

当 $n \geq 2$ 时，$a_n = S_n - S_{n-1} = (2^n - 1) - (2^{n-1} - 1) = 2^n - 2^{n-1} = 2^{n-1}$ .................4 分

又当 $n = 1$ 时，$a_1 = 2^{1-1} = 1$

综上，$a_n = 2^{n-1}$ ......................6 分

（2）由（1）知，$a_{2n} = 2^{2n-1}$，$a_{2n+2} = 2^{2n+1}$

$b_n = \frac{1}{\log_2 2^{2n-1} \cdot \log_2 2^{2n+1}} = \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{1}{2}(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1})$ ..................8 分

$T_n = \frac{1}{2}(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + ... + \frac{1}{2n-3} - \frac{1}{2n-1} + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1})$

$= \frac{1}{2}(1 - \frac{1}{2n+1}) = \frac{n}{2n+1}$ ..................... 12 分

20.（本小题满分 12 分）

解：（1）由题意可得，

$$
\begin{aligned}
f(x) &= (\vec{m} + \vec{n}) \cdot \vec{m} = \vec{m}^2 + \vec{m} \cdot \vec{n} \\
&= \cos^2 x + 1 + \sqrt{3} \sin x \cos x + \frac{1}{2} \\
&= \frac{\cos 2x + 1}{2} + 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x + \frac{1}{2} \\
&= \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x + 2 \\
&= \sin(2x + \frac{\pi}{6}) + 2
\end{aligned}
$$
..............................4分

所以，函数 $f(x)$ 的最小正周期 $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$. ..............................6 分

（2）由（1）知 $f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{6})+2$

$f\left(A\right)$ 恰是函数 $f\left(x\right)$ 在 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上的最大值，$A$ 为锐角，可得 $A=\frac{\pi}{6}$，……………9 分

由余弦定理可得 $1^2=b^2+3-2b\times\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$，解得 $b=1$ 或 $b=2$

当 $b=1$ 时，$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{\sqrt{3}}{4}$

当 $b=2$ 时，$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$ …………………12 分

21.（本小题满分 12 分）

（1）$f(x)=\sin(2x-\frac{2\pi}{3})+\sqrt{3}[1+\cos(2x-\frac{2\pi}{3})]-\sqrt{3}$

$=\sin(2x-\frac{2\pi}{3})+\sqrt{3}\cos(2x-\frac{2\pi}{3})$

$=2\sin(2x-\frac{\pi}{3})$ ............................2 分

由 $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$，得 $2x-\frac{\pi}{3}\in[-\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}]$ ，结合正弦函数可知，

$f(x)_{\max}=2$，此时 $x=\frac{5\pi}{12}$； $f(x)_{\min}=-\sqrt{3}$，此时 $x=0$. ………………4 分

（2） $f(2x)=2\sin(4x-\frac{\pi}{3})$，令 $t=4x-\frac{\pi}{3}$， $\because x\in[0,\frac{\pi}{4}],\therefore t\in[-\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}]$ ，

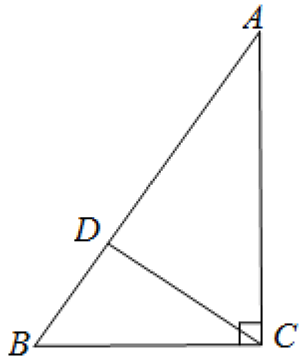
设 $t_1,t_2$ 是函数 $y=2\sin t-a$ 的两个相应的零点（即 $t_1=4x_1-\frac{\pi}{3}$， $t_2=4x_2-\frac{\pi}{3}$）

由函数 $y=2\sin t$ 的图象性质知 $t_1+t_2=\pi$，即 $4x_1-\frac{\pi}{3}+4x_2-\frac{\pi}{3}=\pi$

$\therefore x_1+x_2=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{6}$

$\tan(x_1+x_2)=\tan(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{6})=2+\sqrt{3}$ ………………………………12 分

22.（本小题满分 12 分）




解：（1） $BD=\sqrt{3}$， $AB=3BD=3\sqrt{5}$， $BC=3$

由勾股定理， $AC=6$

由直角三角形可得 $\cos B=\frac{\sqrt{5}}{5}$

在 $\triangle BCD$ 中，由余弦定理

$CD^2=BD^2+BC^2-2BD\cdot CD\cos B=8$

$\therefore CD = 2\sqrt{2}$ ..............................................6 分

（2）在$\triangle BCD$中，由余弦定理

$CD^2 = BD^2 + BC^2 - 2BD \cdot BC\cos B$ ①

$BD^2 = CD^2 + BC^2 - 2BC \cdot CD\cos\angle BCD$ ②

$\cos B = \dfrac{3}{AB} = \dfrac{3}{3BD} = \dfrac{1}{BD}$ ③

联立①②③，得$CD = \sqrt{7}$

$\because \cos\angle BCD = \dfrac{2\sqrt{7}}{7}, \therefore \sin\angle BCD = \dfrac{\sqrt{21}}{7}$

因此，$S_{\triangle ABC} = \dfrac{1}{2}BC \cdot CD\sin\angle BCD = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ ......................................12 分