昆明市2019届高三复习教学质量检测

理科数学参考答案及评分标准

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	A	B	C	C	D	A	B	A	A	B	C

二、填空题

13．$\frac{\pi}{3}$

14．1，2，4（填首项为正数，公比为2的等比数列均可）

15. $2\sqrt{2}$

16．$-\frac{2\sqrt{3}}{3}$

三、解答题

17．解：

（1）由$2\left(c-a\cos B\right)=\sqrt{3}b$及正弦定理得：$2\left(\sin C-\sin A\cos B\right)=\sqrt{3}\sin B$，

所以$2\sin\left(A+B\right)-2\sin A\cos B=\sqrt{3}\sin B$，即$2\cos A\sin B=\sqrt{3}\sin B$，因为$\sin B\neq 0$，

所以$\cos A=\frac{\sqrt{3}}{2}$，又因为$0<A<\pi$，所以$A=\frac{\pi}{6}$． …………6分

（2）因为$a=2$，由正弦定理得$b=4\sin B$，$c=4\sin C$， …………7分

因为$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{4}bc$，

所以$S_{\triangle ABC}=4\sin B\sin C$，因为$C=\pi-(A+B)=\frac{5\pi}{6}-B$，所以$\sin C=\sin(\frac{5\pi}{6}-B)$，

所以$S_{\triangle ABC}=4\sin B\sin(\frac{5\pi}{6}-B)=4\sin B(\frac{1}{2}\cos B+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin B)$，

即$S_{\triangle ABC}=2\sin B\cos B+2\sqrt{3}\sin^2 B=\sin 2B-\sqrt{3}\cos 2B+\sqrt{3}$

$=2\sin(2B-\frac{\pi}{3})+\sqrt{3}$． …………10分

因为$0<B<\frac{5\pi}{6}$，则$-\frac{\pi}{3}<2B-\frac{\pi}{3}<\frac{4\pi}{3}$，

所以$-\frac{\sqrt{3}}{2}<\sin(2B-\frac{\pi}{3})\leq 1$，所以$0<S_{\triangle ABC}\leq 2+\sqrt{3}$．

即 $\triangle ABC$面积的取值范围为$\left(0,2+\sqrt{3}\right]$． …………12分

18．解：

（1）因为 $AA_1 \perp$ 平面 $ABCD$，所以 $AA_1 \perp AB$，

又 $AB \perp AD$，故 $BA \perp$ 平面 AA_1D_1D，

$MA_1 \subset$ 平面 AA_1D_1D，故 $BA \perp MA_1$，………………2 分

因为 $AD = DM$，所以 $\angle AMD = 45°$，同理 $\angle A_1MD_1 = 45°$，

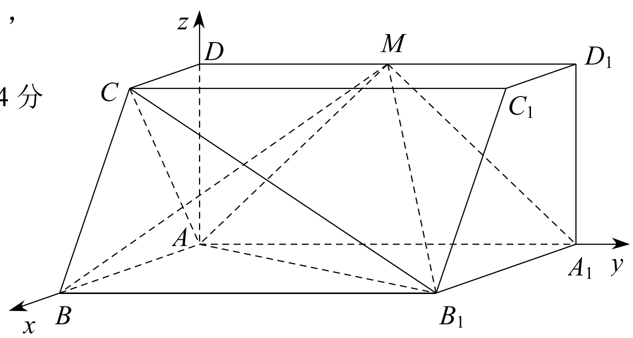
所以 $MA_1 \perp AM$，又 $AM \cap BA = A$，

所以 $MA_1 \perp$ 平面 AMB，…………4 分

又 $MA_1 \subset$ 平面 A_1MB_1，

所以平面 $AMB \perp$ 平面 A_1MB_1.

………………6 分



（2）设 $AD = 1$，则 $DD_1 = 2$，$DM = 2MD_1 = \dfrac{4}{3}$，

以 A 为原点，$\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AA_1}$，$\overrightarrow{AD}$ 分别为 x 轴，y 轴，z 轴的正方向建立空间直角坐标系 $A-xyz$.

则 $A(0,0,0)$，$B(2,0,0)$，$B_1(2,2,0)$，$C(1,0,1)$，$M(0,\dfrac{4}{3},1)$，

$\overrightarrow{AB} = (2,0,0)$，$\overrightarrow{AM} = (0,\dfrac{4}{3},1)$，$\overrightarrow{AB_1} = (2,2,0)$，$\overrightarrow{AC} = (1,0,1)$，………………8 分

记平面 AMB 的法向量为 $\boldsymbol{n}_1$，记平面 ACB_1 的法向量为 $\boldsymbol{n}_2$，

由 $\begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \boldsymbol{n}_1 = 0, \\ \overrightarrow{AM} \cdot \boldsymbol{n}_1 = 0, \end{cases}$ 得 $\boldsymbol{n}_1 = (0,3,-4)$，

由 $\begin{cases} \overrightarrow{AC} \cdot \boldsymbol{n}_2 = 0, \\ \overrightarrow{AB_1} \cdot \boldsymbol{n}_2 = 0, \end{cases}$ 得 $\boldsymbol{n}_2 = (-1,1,1)$，………………10 分

则 $\left|\cos < \boldsymbol{n}_1, \boldsymbol{n}_2 >\right| = \dfrac{|\boldsymbol{n}_1 \cdot \boldsymbol{n}_2|}{|\boldsymbol{n}_1| \cdot |\boldsymbol{n}_2|} = \dfrac{|-1|}{5 \times \sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{15}$，

所以平面 AMB 与平面 ACB_1 所成锐二面角的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{3}}{15}$.　　……………12 分

19．解：

（1）圆 N 的圆心 $N(-\sqrt{3},0)$，半径 $r=4$，

由垂直平分线性质知：$|QP|=|QN|$，

故 $|QM|+|QN|=|QM|+|QP|=r=4>|MN|$，

由椭圆定义知，点 Q 的轨迹 C 是以 M、N 为焦点的椭圆，

设 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$，焦距为 $2c$，

则 $2a=4$，$a=2$，$c=\sqrt{3}$，$b=\sqrt{a^2-c^2}=1$，

所以 C 的方程为 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$． ……………………………………………………5 分

（2）由已知得 $D(0,1)$，由 $\begin{cases} y=kx+m, \\ \dfrac{x^2}{4}+y^2=1, \end{cases}$ 得 $(1+4k^2)x^2+8kmx+4m^2-4=0$，

当 $\Delta>0$ 时，设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则 $x_1+x_2=\dfrac{-8km}{1+4k^2}$，$x_1x_2=\dfrac{4m^2-4}{1+4k^2}$，

$y_1+y_2=k(x_1+x_2)+2m=\dfrac{2m}{1+4k^2}$，$y_1y_2=(kx_1+m)(kx_2+m)=\dfrac{m^2-4k^2}{1+4k^2}$，…………8 分

由 $AD\perp BD$ 得 $\overrightarrow{DA}\cdot\overrightarrow{DB}=x_1x_2+(y_1-1)(y_2-1)=0$，即 $\dfrac{5m^2-2m-3}{1+4k^2}=0$，

所以 $5m^2-2m-3=0$，解得 $m=1$ 或 $m=-\dfrac{3}{5}$，……………………………………10 分

①当 $m=1$ 时，直线 l 经过点 D，不符合题意，舍去.

②当 $m=-\dfrac{3}{5}$ 时，显然有 $\Delta>0$，直线 l 经过定点 $(0,-\dfrac{3}{5})$．……………12 分

20．解：

（1）依题意，X 的所有可能值为 0，1，2，3．则

$P(X=0)=0.2(1-p)^2$；

$P(X=1)=0.8\times(1-p)^2+0.2\times C_2^1\times p\times(1-p)=0.8(1-p)^2+0.4p(1-p)$，

即 $P(X=1)=0.4p^2-1.2p+0.8$，

$P(X=2)=0.2p^2+0.8\times C_2^1\times p\times(1-p)=0.2p^2+1.6p(1-p)=-1.4p^2+1.6p$，

$P(X=3)=0.8p^2$；

X 的分布列为：

X	0	1	2	3
P	$0.2p^2-0.4p+0.2$	$0.4p^2-1.2p+0.8$	$-1.4p^2+1.6p$	$0.8p^2$

…………………………………………4 分

$E(X)=1\times(0.4p^2-1.2p+0.8)+2\times(-1.4p^2+1.6p)+3\times0.8p^2=2p+0.8$.

………………6 分

（2）当 $p=0.9$ 时，$E(X)$ 取得最大值.

①一棵 B 树苗最终成活的概率为 $0.9+0.1\times0.75\times0.8=0.96$.　…………8 分

②记 Y 为 n 棵树苗的成活棵数，$M(n)$ 为 n 棵树苗的利润，

则 $Y\sim B(n,0.96)$，$E(Y)=0.96n$，$M(n)=300Y-50(n-Y)=350Y-50n$，

$E(M(n))=350E(Y)-50n=286n$，要使 $E(M(n))\geq200000$，则有 $n\geq699.3$.

所以该农户至少种植 700 棵树苗，就可获利不低于 20 万元.　………………12 分

21．解：

（1）由题意得，$f'(x)=\mathrm{e}^x(x+\sin x+a\cos x+1+\cos x-a\sin x)$，……………2 分

由于 $f'(0)=1$，所以 $a+2=1$，即 $a=-1$.　…………………4 分

（2）由题意得，当 $x=0$ 时，$f(0)+mg(0)=m-1\geq0$，则有 $m\geq1$.　………………5 分

下面证当 $m\geq1$ 时，对任意 $x\geq0$，都有 $f(x)+mg(x)\geq0$.

由于 $x\in\mathbf{R}$ 时，$g(x)=1-\sin x\geq0$，当 $m\geq1$ 时，则有 $f(x)+mg(x)\geq f(x)+1-\sin x$.

只需证明对任意 $x\geq0$，都有 $f(x)+1-\sin x=\mathrm{e}^x(x+\sin x-\cos x)+1-\sin x\geq0$.……6 分

证明：设 $h(x)=x-\sin x$，则 $h'(x)=1-\cos x\geq0$，所以 $h(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递增；

所以当 $x\geq0$ 时，$h(x)\geq h(0)=0$，即 $x\geq\sin x$，

所以 $1-x\leq1-\sin x$，则 $f(x)+1-\sin x\geq f(x)+1-x$.　……………8 分

设 $F(x)=\mathrm{e}^x(x+\sin x-\cos x)+1-x$， $x\ge 0$，则 $F'(x)=\mathrm{e}^x(x+2\sin x+1)-1$.

设 $p(x)=\mathrm{e}^x(x+2\sin x+1)-1$， $x\ge 0$，则 $p'(x)=\mathrm{e}^x(x+2\sin x+2\cos x+2)$.

由于当 $0\le x\le \pi$ 时， $x+2\sin x\ge 0$；当 $x>\pi$ 时， $x+2\sin x>\pi-2>0$；

则当 $x\ge 0$ 时， $x+2\sin x\ge 0$.

又 $x\ge 0$ 时，$2\cos x+2\ge 0$，所以当 $x\ge 0$ 时，则 $p'(x)>0$，所以 $p(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递增.

当 $x\ge 0$ 时，则 $p(x)\ge p(0)=0$，即 $F'(x)\ge 0$，所以 $F(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递增.

当 $x\ge 0$ 时，则 $F(x)\ge F(0)=0$.

所以对任意 $x\ge 0$，都有 $f(x)+1-\sin x\ge f(x)+1-x\ge 0$.

所以，当 $m\ge 1$ 时，对任意 $x\ge 0$，都有 $f(x)+mg(x)\ge 0$. ··················12 分

22．解：

（1）由曲线 C 的参数方程可得普通方程为 $(x-2)^2+y^2=3$，

即 $x^2+y^2-4x+1=0$， ·························2 分

所以曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2-4\rho\cos\theta+1=0$. ·························5 分

（2）由直线 l 的参数方程可得直线的极坐标方程为 $\theta=\beta(\rho\in\mathbf{R})$， ················6 分

因为直线 l 与曲线 C 相交于 A、B 两点，所以设 $A(\rho_1,\beta)$， $B(\rho_2,\beta)$，

联立 $\begin{cases}\rho^2-4\rho\cos\theta+1=0,\\ \theta=\beta,\end{cases}$ 可得 $\rho^2-4\rho\cos\beta+1=0$， ······················7 分

因为 $\Delta=16\cos^2\beta-4>0$，即 $\cos^2\beta>\dfrac{1}{4}$， ······················8 分

所以 $|OA|-|OB|=|\rho_1-\rho_2|=\sqrt{(\rho_1+\rho_2)^2-4\rho_1\rho_2}=\sqrt{16\cos^2\beta-4}=2$，

解得 $\cos\beta=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，所以 $\beta=\dfrac{\pi}{4}$ 或 $\dfrac{3\pi}{4}$. ······················10 分

23．解：

（1）原不等式 $f(x)+f(x+1)\ge 4$ 等价于 $|2x-1|+|2x+1|\ge 4$，　　……………1 分

等价于 $\begin{cases} x<-\dfrac{1}{2}, \\ -4x\ge 4, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} -\dfrac{1}{2}\le x\le \dfrac{1}{2}, \\ 2\ge 4, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x>\dfrac{1}{2}, \\ 4x\ge 4, \end{cases}$　　…………………3 分

解得 $x\le -1$ 或 $x\ge 1$，

所以原不等式的解集是 $(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$．　　…………………5 分

（2）当 $x\ne 0$， $x\in\mathbf{R}$ 时， $f(-x)+f(\dfrac{1}{x})=|-2x-1|+\left|\dfrac{2}{x}-1\right|$，　　………………6 分

因为 $|-2x-1|+\left|\dfrac{2}{x}-1\right|\ge\left|2x+\dfrac{2}{x}\right|=2|x|+\dfrac{2}{|x|}\ge 4$，　　…………………9 分

所以当且仅当 $\begin{cases} (2x+1)(\dfrac{2}{x}-1)\ge 0, \\ 2|x|=\dfrac{2}{|x|}, \end{cases}$ 即 $x=\pm 1$ 时等号成立，

所以 $f(-x)+f(\dfrac{1}{x})\ge 4$．　　………………10 分