2019年云南省第二次高中毕业生复习统一检测

文科数学参考答案及评分标准

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。

1．D	2．D	3．C	4．C	5．B	6．A
7．B	8．B	9．A	10．A	11．C	12．D

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．3；　　14．$\sqrt{11}$ 或 $\sqrt{23}$；　　15．$[1,2]$；　　16．5．

三、解答题：共 70 分。

17．（12 分）

解：（1）$\because a\sin B-\sqrt{3}b\cos A=0$，

$\therefore 2R\sin A\sin B-\sqrt{3}\times 2R\sin B\cos A=0$．

化简得 $\sin A-\sqrt{3}\cos A=0$．……………………………………2 分

$\therefore \tan A=\sqrt{3}$．……………………………………4 分

$\because 0<A<\pi$，

$\therefore A=\dfrac{\pi}{3}$．……………………………………6 分

（2）$\because a=3$，$A=\dfrac{\pi}{3}$，

$\therefore 9=b^2+c^2-2bc\cos A=b^2+c^2-bc$．……………………………………8 分

$\because b^2+c^2\geq 2bc$，

$\therefore bc\leq 9$．……………………………………10 分

$\therefore S=\dfrac{1}{2}bc\sin A=\dfrac{\sqrt{3}}{4}bc\leq\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$．$\because$ 当 $b=c$ 时，$bc=9$，

即 $b=c=3$，$S=\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$．

$\therefore S$ 的最大值为 $\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$，此时，$b=c=3$．……………………………………12 分

18．（12 分）

解：(1) 依据题意得：

$$\bar{x}=\frac{90+92+93+94+96}{5}=93,$$

$$\bar{y}=\frac{87+89+89+92+93}{5}=90,$$ ……………………………………………………2 分

$$\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})^2=(-3)^2+(-1)^2+0^2+1^2+3^2=20,$$

$$\sum_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=(-3)\times(-3)+(-1)\times(-1)+0\times(-1)+1\times2+3\times3$$

$$=21,$$ ……………………………………………………………………4 分

$$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}=\frac{21}{20},$$

$$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\,\bar{x}=90-\frac{21}{20}\times93=-\frac{153}{20}.$$

∴所求回归方程为 $\hat{y}=\frac{21}{20}x-\frac{153}{20}$.……………………………………6 分

（2）从 A、B、C、D、E 这 5 所学校中随机选 2 所，具体情况为：

$\{A,B\}$，$\{A,C\}$，$\{A,D\}$，$\{A,E\}$，$\{B,C\}$，$\{B,D\}$，$\{B,E\}$，$\{C,D\}$，$\{C,E\}$，$\{D,E\}$，一共有 10 种. ……………………………………………9 分

A、B 两所学校至少有 1 所被选到的为：

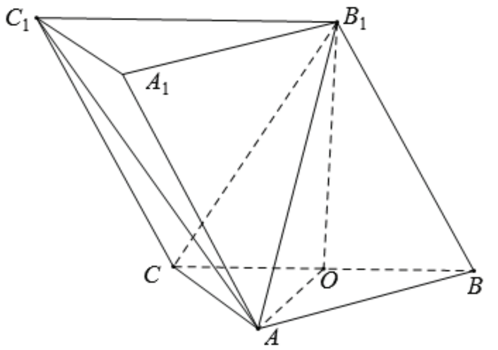
$\{A,B\}$，$\{A,C\}$，$\{A,D\}$，$\{A,E\}$，$\{B,C\}$，$\{B,D\}$，$\{B,E\}$，一共有 7 种. ……………………………………………………………………………10 分

它们都是等可能发生的，所以 A、B 两所学校至少有 1 所被选到的概率

$P=\frac{7}{10}$.……………………………………………………………………12 分

19.（12 分）

（1）证明：取 BC 的中点 O，连接 AO，B_1O，B_1C.



∵ $AB=AC$，∴ $BC\perp AO$.………1 分

∵ BCC_1B_1 是菱形，$\angle BB_1C_1=\dfrac{2\pi}{3}$，

∴ $\angle B_1BC=\dfrac{\pi}{3}$，$B_1B=BC$.

∴ ΔB_1BC 是正三角形.

∴ $BC\perp B_1O$.…………………3 分

∵ $AO\subset$ 平面 AOB_1，$B_1O\subset$ 平面 AOB_1，$B_1O\cap AO=O$，∴ $BC\perp$ 平面 AOB_1.…5 分

∵ $AB_1\subset$ 平面 AOB_1，∴ $BC\perp AB_1$.………………………………………6 分

（2）解：∵ $\angle ABC=\dfrac{\pi}{4}$，$AB=AC$，∴ ΔABC 是以 BC 为底的等腰直角三角形.

∵ BCC_1B_1 是菱形，$BC=4$，∴ $AA_1=BB_1=4$，$AO=\dfrac{BC}{2}=2$，$AB=AC=2\sqrt{2}$.

∴ $B_1O=BB_1\sin\angle B_1BO=4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$.

∵平面 $BCC_1B_1\perp$ 平面 ABC，平面 $BCC_1B_1\cap$ 平面 $ABC=BC$，

$B_1O\subset$ 平面 AOB_1，$B_1O\perp BC$，∴ $B_1O\perp$ 平面 ABC.

∴ B_1O 是三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的高，即 B_1O 是 A 到平面 $A_1B_1C_1$ 的距离.………7 分

∵ $AO\subset$ 平面 ABC，∴ $B_1O\perp AO$. ∴ $AB_1=\sqrt{AO^2+B_1O^2}=4$.

在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$A_1B_1=AB=2\sqrt{2}$，$S_{\Delta A_1B_1C_1}=S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}\times BC\times AO=4$，

$S_{\Delta AA_1B_1}=\dfrac{1}{2}A_1B_1\times\sqrt{AB_1^2-(\dfrac{A_1B_1}{2})^2}=2\sqrt{7}$.………………………………………9 分

∴ $V_{A-A_1B_1C_1}=\dfrac{1}{3}S_{\Delta A_1B_1C_1}\times OB_1=\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$，$V_{C_1-AA_1B_1}=\dfrac{1}{3}S_{\Delta AA_1B_1}\times h=\dfrac{2\sqrt{7}\,h}{3}$.………11 分

由 $V_{A-A_1B_1C_1}=V_{C_1-AA_1B_1}$ 得 $h=\dfrac{4\sqrt{21}}{7}$.

∴点 C_1 到平面 ABB_1A_1 的距离为 $\dfrac{4\sqrt{21}}{7}$. ……………………………………12 分

20．（12 分）

解：（1）由已知得直线 l 的方程：$y=x+\frac{1}{4}$，设 $Q(m,-\frac{1}{4})$．……………………………2 分

由 $\begin{cases} y=x^2, \\ y=x+\frac{1}{4} \end{cases}$ 得 $4x^2-4x-1=0$，$\Delta=(-4)^2+4\times4>0$． $\therefore \begin{cases} x_A+x_B=1, \\ x_Ax_B=-\frac{1}{4}. \end{cases}$ …3 分

由 $\angle AQB=\frac{\pi}{2}$ 得 $2x_Ax_B+(\frac{1}{2}-m)(x_A+x_B)+m^2+\frac{1}{4}=0$．

$\therefore 2\times(-\frac{1}{4})+(\frac{1}{2}-m)\times1+m^2+\frac{1}{4}=0$，解得 $m=\frac{1}{2}$．

$\therefore Q$ 点的坐标为 $(\frac{1}{2},-\frac{1}{4})$．……………………………………………………………4 分

（2）设 $M(x_1,x_1^2)$，$N(x_2,x_2^2)$，直线 $MN: y=-x+t$，

由已知得 $l_1: y=2x_1x-x_1^2$，$l_2: y=2x_2x-x_2^2$，

解 $\begin{cases} y=2x_1x-x_1^2, \\ y=2x_2x-x_2^2 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x=\frac{x_1+x_2}{2}, \\ y=x_1x_2, \end{cases}$ $\therefore P(\frac{x_1+x_2}{2},x_1x_2)$．……………………………6 分

由 $\begin{cases} y=x^2, \\ y=-x+t \end{cases}$ 得 $x^2+x-t=0$.由题意得 $\Delta=1+4t>0$，即 $t>-\frac{1}{4}$．

$\therefore \begin{cases} x_1+x_2=-1, \\ x_1x_2=-t, \end{cases}$ $P(-\frac{1}{2},-t)$． ……………………………………………………………7 分

$\because OP\perp OQ$，$\therefore \overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}=-\frac{1}{4}+\frac{t}{4}=0$，解得 $t=1$． $\therefore \begin{cases} x_1+x_2=-1, \\ x_1x_2=-1. \end{cases}$ …………8 分

$\therefore \overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}=x_1x_2+(x_1x_2)^2=0$． $\therefore OM\perp ON$.$\therefore$ MN 为 ΔMON 外接圆的直径.

又 $\because \frac{x_1^2+x_2^2}{2}=\frac{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2}{2}=\frac{3}{2}$，

$|MN|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(x_2^2-x_1^2)^2}=\sqrt{[(x_1+x_2)^2-4x_1x_2][1+(x_1+x_2)^2]}=\sqrt{10}$，

$\therefore \Delta MON$ 外接圆的圆心为 $(-\frac{1}{2},\frac{3}{2})$，半径为 $\frac{\sqrt{10}}{2}$．………………………………10 分

$\therefore \Delta MON$ 外接圆的标准方程为 $(x+\frac{1}{2})^2+(y-\frac{3}{2})^2=\frac{5}{2}$．……………………………12 分

21.（12 分）

（1）证明：当 $a=1$ 时，$f(x)=e^x-x^2$，$f'(x)=e^x-2x$. ……………………………1 分

令 $\varphi(x)=f'(x)$，则 $\varphi'(x)=e^x-2$.

∴当 $0<x<\ln 2$ 时，$\varphi'(x)<0$，$\varphi(x)$ 单调递减；当 $x>\ln 2$ 时，$\varphi'(x)>0$，$\varphi(x)$ 单调递增.

∴当 $x\in[0,+\infty)$ 时，$\varphi(x)_{\min}=\varphi(\ln 2)=2(1-\ln 2)>0$.………………………………4 分

∴当 $x\in[0,+\infty)$ 时，$f'(x)>0$，即 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递增.

∴当 $x\in[0,+\infty)$ 时，$f(x)\geq f(0)=1>0$，即 $e^x>x^2$.………………………………6 分

（2）解：由题设得 $f'(x)=e^x-2ax$. 由 $f(x)$ 有极大值得 $f'(x)=0$ 有解，且 $a>0$.

令 $g(x)=f'(x)$，则 $g'(x)=e^x-2a$. 由 $g'(x)=0$ 得 $x=\ln(2a)$.

∴当 $x<\ln(2a)$ 时，$g'(x)<0$，$g(x)$ 单调递减；当 $x>\ln(2a)$ 时，$g'(x)>0$，$g(x)$ 单调递增.

∴ $g(x)_{\min}=g(\ln 2a)=2a[1-\ln(2a)]$.…………………………………………………8 分

当 $g(x)_{\min}\geq 0$，即 $0<a\leq\dfrac{e}{2}$ 时，$g(x)\geq 0$，即 $f'(x)\geq 0$，此时，$f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上单调递增，无极值；

当 $g(x)_{\min}<0$，即 $a>\dfrac{e}{2}$ 时，

∴ $g(0)=1>0$，$g(\ln 2a)=2a(1-\ln 2a)<0$.

由（1）得 $g(2a)=e^{2a}-(2a)^2>0$，即 $2a>2\ln 2a>\ln 2a$.

∴存在 $x_1\in(0,\ln 2a)$，$x_2\in(\ln 2a\,,\,2a)$，使 $g(x_1)=g(x_2)=0$.………………10 分

∴当 $x\in(-\infty,x_1)$ 时，$g(x)>0$，即 $f(x)$ 单调递增；当 $x\in(x_1,x_2)$ 时，$g(x)<0$，即 $f(x)$ 单调递减；当 $x\in(x_2,+\infty)$ 时，$g(x)>0$，即 $f(x)$ 单调递增.

∴ x_1 是 $f(x)$ 唯一的极大值点.

综上所述，所求 a 的取值范围为 $(\dfrac{e}{2},+\infty)$.…………………………………………12 分

22．（10 分）选修$4-4$：坐标系与参数方程

解：（1）点P的直角坐标为$(\sqrt{3},1)$，……………………………………………………2 分

曲线C的极坐标方程为$\rho^2=\dfrac{4}{1+3\cos^2\theta}$． ……………………………………5 分

（2）由(1)知曲线C：$\rho^2=\dfrac{4}{1+3\cos^2\theta}$．

由A，B是曲线C上的两个动点，且$OA\perp OB$，

不妨设$A(\rho_1,\theta)$，$B(\rho_2,\theta+\dfrac{\pi}{2})$，且$|OA|^2=\rho_1^2=\dfrac{4}{1+3\cos^2\theta}$，

$|OB|^2=\rho_2^2=\dfrac{4}{1+3\cos^2(\theta+\dfrac{\pi}{2})}=\dfrac{4}{1+3\sin^2\theta}$．……………………………………7 分

$\therefore |OA|^2+|OB|^2=\rho_1{}^2+\rho_2{}^2=\dfrac{4}{1+3\sin^2\theta}+\dfrac{4}{1+3\cos^2\theta}$

$=\dfrac{20}{(1+3\sin^2\theta)(1+3\cos^2\theta)}=\dfrac{20}{4+\dfrac{9}{4}\sin^2 2\theta}$ ……………………9 分

$\geq\dfrac{20}{4+\dfrac{9}{4}}=\dfrac{16}{5}$．

当$\sin^2 2\theta=1$时，$|OA|^2+|OB|^2=\rho_1{}^2+\rho_2{}^2=\dfrac{16}{5}$．

$\therefore |OA|^2+|OB|^2$的最小值为$\dfrac{16}{5}$． ……………………………………………10 分

23．（10 分）选修$4-5$：不等式选讲

解：（1）由$f(x)\geq 2$得$|x^2-1|\geq 2$，即$x^2-1\geq 2$或$x^2-1\leq -2$．

解$x^2-1\geq 2$得$x\geq\sqrt{3}$或$x\leq-\sqrt{3}$．……………………………………………2 分

由$x^2-1\leq -2$得$x^2\leq -1$，不成立.

$\therefore x^2-1\leq -2$无实数解. ………………………………………………………4 分

$\therefore$原不等式的解集为$(-\infty,-\sqrt{3}]\cup[\sqrt{3},+\infty)$.………………………………5 分

（2）$\because$ $f(x)+5\le ax$ 的解集非空，即 $\left|x^2-1\right|+5\le ax$ 有解，

当 $x\le 0$ 时，由 $a>0$ 得 $ax\le 0$，$\left|x^2-1\right|+5>0$，

$\therefore$ 当 $x\le 0$ 时，$\left|x^2-1\right|+5\le ax$ 无解.……………………………………………6 分

① 当 $0<x\le 1$ 时，不等式 $\left|x^2-1\right|+5\le ax$ 化为 $a\ge\dfrac{\left|x^2-1\right|+5}{x}=\dfrac{6}{x}-x$.

$\because$ 函数 $h(x)=\dfrac{6}{x}-x$ 在 $(0,1]$ 上为单调递减函数，

$\therefore$ 当 $x\in(0,1]$ 时，$h(x)=\dfrac{6}{x}-x$ 的最小值为 $h(1)=5$.

$\therefore$ $a\ge 5$. ……………………………………………………………………7 分

② 当 $x\ge 1$ 时，由 $\left|x^2-1\right|+5\le ax$ 得 $a\ge\dfrac{\left|x^2-1\right|+5}{x}=x+\dfrac{4}{x}$，

而 $x+\dfrac{4}{x}\ge 2\sqrt{x\cdot\dfrac{4}{x}}=4$（$x=2$ 时，等号成立）.

$\therefore$ $x+\dfrac{4}{x}$ 的最小值为 4.

$\therefore$ $a\ge 4$. ……………………………………………………………………9 分

综上所述，a 的取值范围是 $[4,+\infty)$. ……………………………………10 分

请注意：以上参考答案与评分标准仅供阅卷时参考，其他答案请参考评分标准酌情给分.