平行高二理科数学参考答案及评分标准

一、选择题

1．A　　2．A　　3．A　　4．D　　5．B　　6．B

7．B　　8．D　　9．C　　10．B　　11．C　　12．B

二、填空题

13．1　　14．26　　15．$\dfrac{3\sqrt{15}}{4}$　　16．16π

三、解答题

17．解：(1)当 $x\le -2$ 时，$f(x)=-x+4$，

$\therefore f(x)\ge 6$，即 $-x+4\ge 6$，$x\le -2$，故 $x\le -2$；

当 $-2<x<1$ 时，$f(x)=-3x$，

$\therefore f(x)\ge 6$，即 $-3x\ge 6$，$x\le -2$，无解；

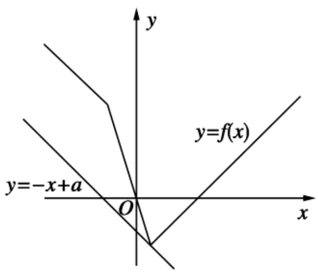
当 $x\ge 1$ 时，$f(x)=x-4$，

$\therefore f(x)\ge 6$，即 $x-4\ge 6$，$x\ge 10$，故 $x\ge 10$.

综上，$f(x)\ge 6$ 的解集为 $(-\infty，-2]\cup[10，+\infty)$.　　……………………5 分

(2)由(1)知 $f(x)=\begin{cases}-x+4，x\le -2，\\ -3x，-2<x<1，\\ x-4，x\ge 1，\end{cases}$

解法一　作出函数 $f(x)$ 和 $y=-x+a$ 的大致图象如图所示，



由图象知，当 $x=1$ 时，$-1+a\le f(x)_{\min}=-3$，解得 $a\le -2$，

$\therefore$ 实数 a 的取值范围为 $(-\infty，-2]$.　　……………………10 分

解法二　当 $x\le -2$ 时，$-x+4\ge -x+a$ 恒成立，$\therefore a\le 4$；

当 $-2<x<1$ 时，$-3x\ge -x+a$ 恒成立，$\therefore a\le -2$；

当 $x\ge 1$ 时，$x-4\ge -x+a$ 恒成立，

$\because x\in \mathbf{R}$ 时，$f(x)\ge -x+a$ 恒成立，$\therefore a\le -2$.

综上，实数 a 的取值范围为 $(-\infty，-2]$.　　……………………10 分

18．解：　(1)∵由题意可得：$\sin B\cos C=(2\sin A-\sin C)\cos B$.

∴$\sin B\cos C+\sin C\cos B=2\sin A\cos B$，$\sin(B+C)=2\sin A\cos B$.

∴$\sin A=2\sin A\cos B$，因为 $0<A<\pi$，$\sin A>0$，所以 $\cos B=\frac{1}{2}$，

因为 $0<B<\pi$，所以 $B=\frac{\pi}{3}$.　　　　　　　　　　　　　　………………6 分

(2)∵由题意 $a+c=2b=6$，

又∵$3^2=a^2+c^2-2ac\cos\frac{\pi}{3}$，可得 $9=(a+c)^2-3ac$，∴$ac=9$，

∴$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}\times 9\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{9\sqrt{3}}{4}$.　　　　　　　　　　………………12 分

19．解：(1) 物理成绩的茎叶图如图：

数学成绩								物理成绩						
							3	9						
							4	9	6	2				
						3	5	5	6	2	1	8		
					4	0	6	4	6	1	6	7	5	7
				7	1	0	7	1	2	8	0	3	7	
6	3	2	2	1	0	0	8	5	0					
	3	2	1	0	0	0	9	0						
		7	5	5	3	3	10							
						2	11							

………………………………………4 分

物理的平均分为 64 分　　　………………………………………6 分

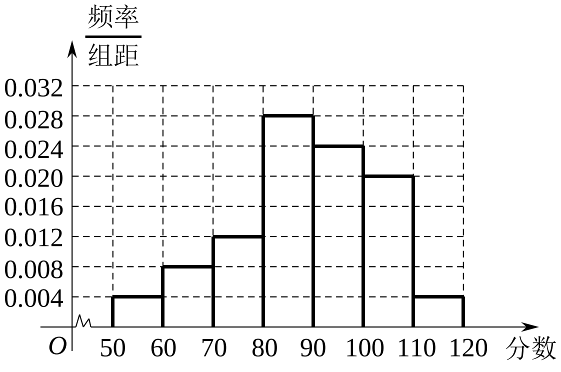
(2)

数学成绩的频数分布表

数学成绩分组	[50,60)	[60,70)	[70,80)	[80,90)	[90,100)	[100,110)	[110,120]
频数	1	2	3	7	6	5	1

………………………………………………9 分

数学成绩的频率分布直方图



………………………………………………………12 分

20．解：(1)

年份	2016	2017	2018	2019
年份代号（x）	1	2	3	4
PM2.5 指数（y）	90	88	70	64

……………………………………2 分

(2) $\overline{x}=2.5$，$\overline{y}=78$，…………………………………………………………………4 分

$\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})=-48$，$\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2=5$，……………………………………………6 分

$\hat{b}=\dfrac{-48}{5}=-9.6$，$a=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}=102$，…………………………………………………8 分

∴ y 关于 x 的线性回归方程为 $y=-9.6x+102$．……………………………………9 分

(3) 2020 年的年份代号为 5，当 $x=5$ 时，$y=-9.6\times5+102=54$，

∴该市 2020 年 3 月份的 PM2.5 指数平均值的预测值为 $54\ \mu g/m^3$．……………12 分

21．解：(1) 设 PC 的中点为 G，连接 FG，EG，

则 $FG\,//\,CD$，且 $FG=\dfrac{1}{2}CD$，

又 $AE\,//\,CD$，且 $AE=\dfrac{1}{2}CD$，

所以 $AE\,//\,FG$，且 $AE=FG$，

所以四边形 $AEGF$ 是平行四边形，则 $AF\,//\,GE$．

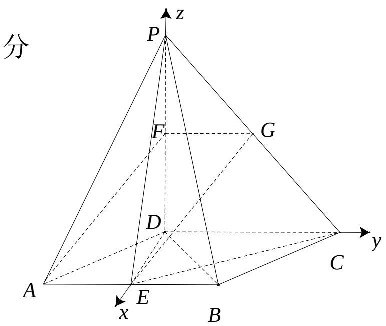
又 $AF\not\subset$ 平面 PEC，$EG\subset$ 平面 PEC，

所以直线 $AF\,//$ 平面 PEC．　　………………………6 分

(2) 连接 DE，DB，设 $AB=2$，

因为 $PD\perp$ 平面 $ABCD$，所以 $\angle PED$ 是直线 PE 与底面 $ABCD$ 所成的角，

由已知得△ ABD 是等边三角形，



所以 $DE=\sqrt{3}$，$PD=DE\cdot\tan\angle PED=3$，………7 分

又 $DE\perp AB$，即 $DE\perp DC$．

建立如图所示的空间直角坐标系 $D-xyz$，

则 $D(0,0,0)$，$P(0,0,3)$，$B(\sqrt{3},1,0)$，$C(0,2,0)$，

取平面 PDC 的一个法向量为 $\vec{m}=(1,0,0)$，

由 $\overrightarrow{CB}=(\sqrt{3},-1,0)$，$\overrightarrow{CP}=(0,-2,3)$，

可求得平面 PBC 的一个法向量 $\vec{n}=(\sqrt{3},3,2)$，……10 分

所以 $\cos<\vec{m},\vec{n}>=\dfrac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}|\cdot|\vec{n}|}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$，

所以二面角 $B-PC-D$ 的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$．　　………………………………12 分

22．解：(1) 根据题意，$2^{n+1}a_{n+1}-2^{n}a_{n}=1$，所以$\{2^{n}a_{n}\}$是以 2 为首项，1 为公差的等差数列，

所以$2^{n}a_{n}=2+(n-1)\times 1=n+1$，所以$a_{n}=\dfrac{n+1}{2^{n}}$． ………3 分

因为$b_{4}b_{6}=4b_{5}b_{7}\Rightarrow b_{5}^{2}=4b_{6}^{2}\Rightarrow q^{2}=\dfrac{1}{4}$，

因为$\{b_{n}\}$为正项数列，所以$q=\dfrac{1}{2}$．所以$b_{n}=(\dfrac{1}{2})^{n-1}$． ………6 分

(2) 根据题意 $p_{n}=\begin{cases}\dfrac{n+1}{2},n\text{为偶数}\\ b_{n},n\text{为奇数}\end{cases}$， $\therefore P_{n}=\begin{cases}\dfrac{n+1}{2},n\text{为偶数}\\ (\dfrac{1}{2})^{n-1},n\text{为奇数}\end{cases}$

所以$S_{2n}=(p_{1}+p_{3}+\ldots+p_{2n-1})+(p_{2}+p_{4}+\ldots+p_{2n})$，

设$Q_{n}=p_{1}+p_{3}+\ldots+p_{2n-1}=1+(\dfrac{1}{2})^{2}+(\dfrac{1}{2})^{4}+\ldots+(\dfrac{1}{2})^{2n-2}=1+\dfrac{1}{4}+(\dfrac{1}{4})^{2}+\ldots+(\dfrac{1}{4})^{n-1}$

$=\dfrac{1\times[1-(\dfrac{1}{4})^{n}]}{1-\dfrac{1}{4}}=\dfrac{4}{3}[1-(\dfrac{1}{4})^{n}]$．

设$R_{n}=p_{2}+p_{4}+\ldots+p_{2n}=\dfrac{3}{2}+\dfrac{5}{2}+\ldots+\dfrac{2n+1}{2}=\dfrac{n(n+2)}{2}$．

所以$S_{2n}=Q_{n}+R_{n}=\dfrac{4}{3}-\dfrac{4}{3}\bullet(\dfrac{1}{4})^{n}+\dfrac{n(n+2)}{2}=\dfrac{n(n+2)}{2}-\dfrac{1}{3\times 4^{n-1}}+\dfrac{4}{3}$． ………12 分