

昆八中 2020-2021 学年度上学期期中考试

平行高一数学 参考答案

一、选择题（每小题 5 分，共 60 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	A	D	D	B	B	C	B	D	D	C	C

二、填空题（每小题 5 分，共 20 分）

13. $\frac{1}{2}$ 14. $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 3 \leq 0$ 15. $(1,2]$ 16. 5

三、解答题（共 70 分）

17. (满分 10 分) **【答案】** (1) $(-\infty, -1) \cup (-1, +\infty)$; (2) 函数 $f(x)$ 在 $(-1, +\infty)$ 上是增函数; (3) 最大值是 $f(5) = \frac{3}{2}$, 最小值是 $f(3) = \frac{5}{4}$.

(1) \because 函数 $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}, x+1 \neq 0, \therefore x \neq -1. \therefore$ 函数的定义域是 $(-\infty, -1) \cup (-1, +\infty)$ 2

(2) 函数 $f(x)$ 在 $(-1, +\infty)$ 上是增函数.

证明如下: 任取 $x_1, x_2 \in (-1, +\infty)$, 且 $x_1 < x_2$, $f(x) = \frac{2x-1}{x+1} = 2 - \frac{3}{x+1}$,

$$\text{则 } f(x_1) - f(x_2) = \left[2 - \frac{3}{x_1+1} \right] - \left[2 - \frac{3}{x_2+1} \right] = \frac{3}{x_2+1} - \frac{3}{x_1+1} = \frac{3(x_1-x_2)}{(x_1+1)(x_2+1)}.$$

$\because -1 < x_1 < x_2, \therefore x_1 - x_2 < 0, (x_1+1)(x_2+1) > 0,$

$\therefore f(x_1) - f(x_2) < 0$, 即 $f(x_1) < f(x_2), \therefore f(x)$ 在 $(-1, +\infty)$ 上是增函数.....8

(3) $\because f(x)$ 在 $(-1, +\infty)$ 上是增函数, $\therefore f(x)$ 在 $[3,5]$ 上单调递增,

它的最大值是 $f(5) = \frac{2 \times 5 - 1}{5 + 1} = \frac{3}{2}$, 最小值是 $f(3) = \frac{2 \times 3 - 1}{3 + 1} = \frac{5}{4}$10

18. (满分 12 分) **【答案】** (1) $k = -\frac{1}{8}$; (2) $0 \leq k < 3$.

(1) 若关于 x 的不等式 $2kx^2 + kx + \frac{3}{8} \geq 0$ 的解集为 $\{x | -\frac{3}{2} \leq x \leq 1\}$,

则 $-\frac{3}{2}$ 和 1 是 $2kx^2 + kx + \frac{3}{8} = 0$ 的两个实数根,

由根与系数的关系可得 $-\frac{3}{2} \times 1 = \frac{3}{2k}$, 求得 $k = -\frac{1}{8}$5

(2) 若函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 则不等式 $2kx^2 + kx + \frac{3}{8} \geq 0$ 恒成立

当 $k=0$ 时, 不等式等价于 $\frac{3}{8} \geq 0$, 显然成立.

当 $k \neq 0$ 时, 不等式等价于 $\begin{cases} 2k > 0 \\ \Delta = k^2 - 3k < 0 \end{cases}$

解得 $0 < k < 3$.

综上可得实数 k 的取值范围为 $0 \leq k < 3$12

19. (满分 12 分) 【答案】(1) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 3, x > 0 \\ x^2 + 4x + 3, x \leq 0 \end{cases}$; (2) 见下图;

(3) $(-\infty, -3) \cup (-1, 1) \cup (3, +\infty)$

【解析】(1) 当 $x > 0$ 时, $-x < 0$

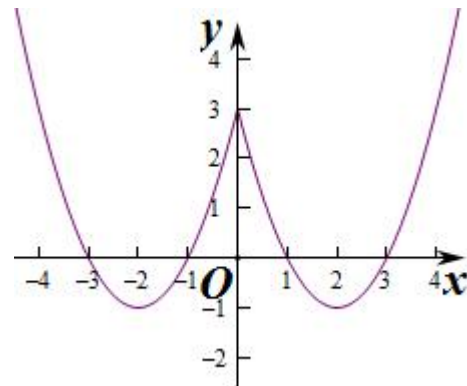
$$\therefore f(-x) = (-x)^2 + 4(-x) + 3 = x^2 - 4x + 3$$

$\therefore f(x)$ 为 R 上的偶函数

$$\therefore f(-x) = f(x) = x^2 - 4x + 3$$

$$\therefore f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 3, x > 0 \\ x^2 + 4x + 3, x \leq 0 \end{cases} \dots\dots\dots 4$$

(2) $f(x)$ 的图象如图:



$f(x)$ 单调增区间为 $[-2, 0]$ 和 $[2, +\infty)$9

(3) 由图知, $f(x) > 0$ 的解集为 $(-\infty, -3) \cup (-1, 1) \cup (3, +\infty)$12

20. (满分 12 分) 【答案】(1) $[-2, 7), (1, 4]$; (2) $(-\infty, 4) \cup \left[-1, \frac{1}{2}\right]$

【解析】(1) 当 $a = 2$ 时, $A = \{x | 1 < x < 7\}$,

$$\text{则 } A \cup B = \{x | -2 \leq x < 7\}; A \cap B = (-\infty, 4) \cup \left[-1, \frac{1}{2}\right] \dots\dots\dots 4$$

(2) $\because x \in A$ 是 $x \in B$ 成立的充分条件, $\therefore A \subseteq B$,

① 若 $A = \emptyset$, 则 $a - 1 > 2a + 3$, 解得 $a < -4$;

$$\text{② 若 } A \neq \emptyset, \text{ 由 } A \subseteq B \text{ 得到, } \begin{cases} a - 1 \leq 2a + 3 \\ a - 1 \geq -2 \\ 2a + 3 \leq 4 \end{cases}$$

$$\text{解得: } -1 \leq a \leq \frac{1}{2},$$

综上: a 的取值范围是 $(-\infty, 4) \cup \left[-1, \frac{1}{2}\right]$12

21. (满分 12 分) 【答案】(1) $y=25-(\frac{36}{x+3}+x)$, ($0 \leq x \leq a$, a 为正常数); (2) 当 $a \geq 3$ 时, 促销费用投入 3 万元时, 厂家的利润最大; 当 $0 < a < 3$ 时, 促销费用投入 $x=a$ 万元时, 厂家的利润最大.

【解析】(1) 由题意知, 利润 $y=t(5+\frac{20}{t}) - (10+2t) - x=3t+10-x$

由销售量 t 万件满足 $t=5-\frac{12}{x+3}$ (其中 $0 \leq x \leq a$, a 为正常数).

代入化简可得: $y=25-(\frac{36}{x+3}+x)$, ($0 \leq x \leq a$, a 为正常数)5

(2) 由 (1) 知 $y=28-(\frac{36}{x+3}+x) \leq 28-12=16$,

当且仅当 $\frac{36}{x+3}=x+3$, 即 $x=3$ 时, 上式取等号.

当 $a \geq 3$ 时, 促销费用投入 3 万元时, 厂家的利润最大;

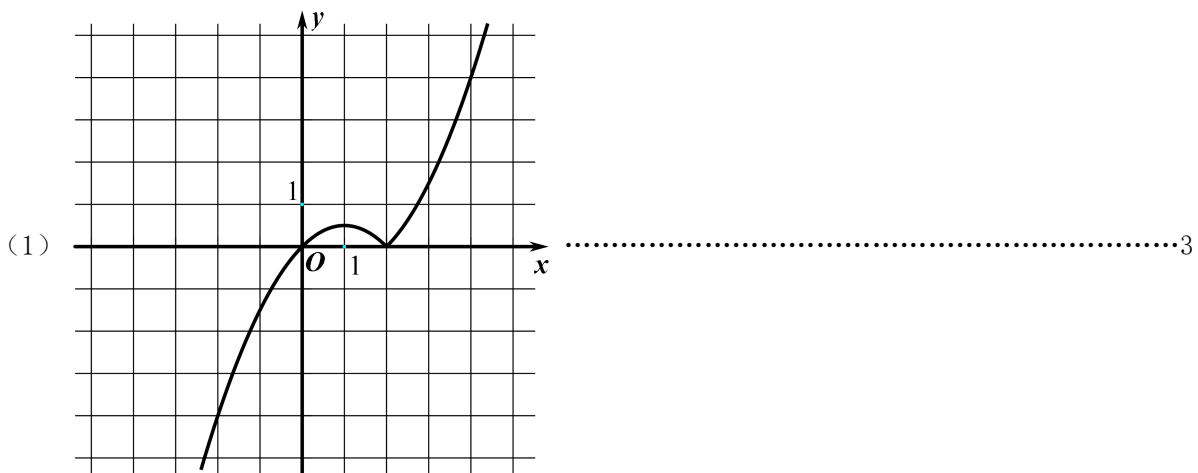
当 $0 < a < 3$ 时, y 在 $0 \leq x \leq a$ 上单调递增,

$x=a$, 函数有最大值. 促销费用投入 $x=a$ 万元时, 厂家的利润最大.

综上所述, 当 $a \geq 3$ 时, 促销费用投入 3 万元时, 厂家的利润最大;

当 $0 < a < 3$ 时, 促销费用投入 $x=a$ 万元时, 厂家的利润最大.12

22. (满分 12 分) 【答案】(1) 见下图; (2) $x=1$ 或 $x=\sqrt{2}+1$; (3)



$$(2) f(x) = x \left| 1 - \frac{1}{2}x \right| = \begin{cases} x - \frac{x^2}{2}, & x \leq 2 \\ \frac{x^2}{2} - x, & x > 2 \end{cases}$$

令 $f(x) = \frac{1}{2}$, 得 $x=1$ 或

$$x = \sqrt{2} + 1 \dots\dots\dots 6$$

(3) 当 $0 < m < 1$ 时, 函数的最大值为 $f(m) = m\left(1 - \frac{m}{2}\right) = m - \frac{m^2}{2}$;

当 $1 \leq m \leq \sqrt{2} + 1$ 时, 函数的最大值为 $\frac{1}{2}$;

当 $m > \sqrt{2} + 1$ 时, 函数的最大值为 $f(m) = \frac{m^2}{2} - m$

综上所述, 函数的最大值为 $y_{\max} = \begin{cases} m - \frac{m^2}{2}, 0 < m < 1 \\ \frac{1}{2}, 1 \leq m \leq \sqrt{2} + 1 \\ \frac{m^2}{2} - m, m > \sqrt{2} + 1 \end{cases} \dots\dots\dots 12$