2021年云南省第一次高中毕业生复习统一检测

文科数学参考答案及评分标准

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分。

1．D	2．C	3．A	4．C	5．B	6．A
7．D	8．C	9．B	10．D	11．A	12．C

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分。

13．$\pm\frac{1}{2}$；　　14．216；　　15．$(1,\ -4)$或$(1,\ 4)$；　　16．$-\frac{3}{4}$.

三、解答题：本大题共6小题，共70分。

17.（12分）

解：（1）$\because K^2=\frac{220(70\times 20-40\times 90)^2}{110\times 110\times 160\times 60}$

$=\frac{55}{6}$

$=9\frac{1}{6}<10.828$. ……………………………………………………3分

$\therefore$在犯错误的概率不超过0.001的前提下，不能认为“社区住户对饲养宠物的管理规定的态度与家里是否有宠物有关系”. ………………………………5分

（2）在由6户住户组成的样本T中，设家里没有宠物的住户有x户，家里有宠物的住户有y户，根据分层抽样的概念得$\begin{cases}\frac{x}{6}=\frac{20}{60},\\ \frac{y}{6}=\frac{40}{60},\end{cases}$解方程组得$\begin{cases}x=2,\\ y=4.\end{cases}$

$\therefore$样本T中的住户，家里没有宠物的有2户，家里有宠物的有4户. ……7分

设样本T中的住户，家里没有宠物的2户为w_1，w_2，家里有宠物的4户为y_1，y_2，y_3，y_4.

$\therefore$从样本T中随机抽取2户的事件为：w_1w_2，w_1y_1，w_1y_2，w_1y_3，w_1y_4，

w_2y_1，w_2y_2，w_2y_3，w_2y_4，y_1y_2，y_1y_3，y_1y_4，y_2y_3，y_2y_4，y_3y_4，共15种情况，其中至少有1户家里没有宠物的事件为：w_1w_2，w_1y_1，w_1y_2，w_1y_3，w_1y_4，w_2y_1，w_2y_2，w_2y_3，w_2y_4，共9种情况，每种情况被抽到的可能性相等. ……………………………………………………………………11 分

$\therefore P=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$.……………………………………………………………12 分

18.（12 分）

（1）证明：$\because a_1=2$，$a_4=80$，

$\therefore 1+a_1=3$，$1+a_4=81$.

设等比数列$\{1+a_n\}$的公比为q，则$1+a_4=(1+a_1)q^3$，

即$81=3q^3$，解得$q=3$.…………………………………………………………3 分

$\therefore 1+a_n=(1+a_1)q^{n-1}=3^n$.

$\therefore a_n=3^n-1$. ………………………………………………………………6 分

（2）解：由（1）知：$a_n=3^n-1$.

$\therefore S_n=(3^1-1)+(3^2-1)+(3^3-1)+\cdots+(3^n-1)$

$=(3^1+3^2+3^3+\cdots+3^n)-(1+1+1+\cdots+1)$ ……………………………8 分

$=\frac{3(1-3^n)}{1-3}-n$

$=\frac{3^{n+1}}{2}-n-\frac{3}{2}$. ………………………………………………………12 分

19.（12 分）

（1）证明：$\because PD\perp$平面$ABCD$，$BC\subset$平面$ABCD$，

$\therefore PD\perp BC$.

$\because ABCD$是矩形，

$\therefore BC \perp CD$.

$\because PD \cap CD = D$， $PD \subset$平面PCD， $CD \subset$平面PCD，

$\therefore BC \perp$平面PCD.

$\because DE \subset$平面PCD，

$\therefore BC \perp DE$.……………………………………………………3 分

又$\because DE \perp PC$， $BC \cap PC = C$， $BC \subset$平面PBC， $PC \subset$平面PBC，

$\therefore DE \perp$平面PBC.

$\because PB \subset$平面PBC，

$\therefore DE \perp PB$.

又$\because EF \perp PB$， $EF \cap DE = E$， $EF \subset$平面EFD， $DE \subset$平面EFD，

$\therefore PB \perp$平面EFD. ……………………………………………………6 分

（2）解：$\because PD = DC$， $DE \perp PC$，垂足为E，

$\therefore E$是PC的中点.

$\therefore$三棱锥$B-DEC$与三棱锥$B-DEP$体积相等. ………………………8 分

$\because ABCD$是矩形，

$\therefore$三棱锥$P-ABD$与三棱锥$P-BCD$体积相等. ……………………10 分

$\therefore$平面BDE将四棱锥$P-ABCD$分成的两部分

体积之比为$1:3$或$3:1$. ……………………………………………12 分

20.（12 分）

（1）解：$\because f(x) = e^x + \sin x - 2x$，

$\therefore f'(x) = e^x + \cos x - 2$， $f'(0) = 0$. ……………………………………2 分

$\because$当$a = 0$时， $f(0) = 1$,

$\therefore$曲线$y = f(x)$在点$(0, 1)$处的切线方程为$y - 1 = 0(x - 0)$，

即直线l的方程为$y - 1 = 0$.……………………………………………………4 分

（2）证明：$\because f(x)=e^x+\sin x-2x$，$f'(x)=e^x+\cos x-2$，

$\therefore f(a)=e^a+\sin a-2a$，$f'(a)=e^a+\cos a-2$.

$\therefore l$ 的方程为 $y-e^a-\sin a+2a=(e^a+\cos a-2)(x-a)$.

$\therefore b=(1-a)e^a+\sin a-a\cos a$. ……………………………………………6 分

设 $u(a)=(1-a)e^a+\sin a-a\cos a$，

则 $u'(a)=-e^a+(1-a)e^a+\cos a-\cos a+a\sin a=a(\sin a-e^a)$.

当 $a\in[-\dfrac{\pi}{2}, 0)$ 时，$e^a>0$，$\sin a<0$，$u'(a)>0$，即 $u(a)$ 在 $[-\dfrac{\pi}{2}, 0)$ 单调递增；

当 $a\in(0, +\infty)$ 时，$e^a>1$，$\sin a\le 1$，$u'(a)<0$，即 $u(a)$ 在 $(0, +\infty)$ 单调递减;

$\therefore$ 当 $a=0$ 时，$u(a)$ 取得最大值，且最大值为 $u(0)=1$.

$\therefore b\le 1$. ……………………………………………………………………9 分

设 $v(a)=\sin a-a$，则 $v'(a)=\cos a-1\le 0$，即 $v(a)=\sin a-a$ 在 $[-\dfrac{\pi}{2}, +\infty)$ 单调递减;

$\therefore$ 当 $a\in[-\dfrac{\pi}{2}, 0]$ 时，$v(a)\ge v(0)=0$，$av(a)\le 0$，即 $a\sin a-a^2\le 0$；

当 $a\in[0, +\infty)$ 时，$v(a)\le v(0)=0$，$av(a)\le 0$，即 $a\sin a-a^2\le 0$；

$\therefore$ 当 $a\in[-\dfrac{\pi}{2}, +\infty)$ 时，$a\sin a-a^2\le 0$. ………………………………11 分

$\therefore$ 当 $a\in[-\dfrac{\pi}{2}, +\infty)$ 时，$b+a\sin a-a^2\le 1$. ……………………………12 分

21．（12 分）

解：（1）由已知：P，M，N 是椭圆 C 上的动点，P、F_1、M 三点共线，P、F_2、N 三点共线.

$\therefore$ 当 ΔF_1PF_2 的面积最大时，P 是椭圆 C 在短轴上的顶点.

$\because$ 当 ΔF_1PF_2 的面积最大时，ΔMPN 为等边三角形，

$\therefore$ 当 ΔF_1PF_2 的面积最大时，$\angle F_1PO=\dfrac{1}{2}\angle F_1PF_2=\dfrac{1}{2}\angle MPN=30^\circ$，

其中O是坐标原点.……………………………………………………………………3 分

$\therefore$当ΔF_1PF_2的面积最大时，$e=\dfrac{c}{a}=\sin\angle F_1PO=\sin 30^\circ=\dfrac{1}{2}$.

$\therefore$椭圆C的离心率为$\dfrac{1}{2}$.………………………………………………………………5 分

（2）直线$\lambda x+\mu y=1$经过定点，定点坐标为$(\dfrac{3}{10},\dfrac{3}{10})$.…………………………6 分

证明：由（1）知：$\dfrac{c}{a}=\dfrac{1}{2}$.

$\therefore c=\dfrac{1}{2}a$，$b^2=a^2-c^2=\dfrac{3a^2}{4}$.

$\therefore$椭圆C的方程可化为$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{4y^2}{3a^2}=1$，$F_1(-\dfrac{1}{2}a,0)$，设$P(x_0,y_0)$，$M(x_1,y_1)$.

$\therefore \overrightarrow{PF_1}=(-\dfrac{a}{2}-x_0,-y_0)$，$\overrightarrow{F_1M}=(x_1+\dfrac{a}{2},y_1)$.

由已知和$\overrightarrow{PF_1}=\lambda\overrightarrow{F_1M}$得：$x_1=\dfrac{-x_0-\dfrac{(1+\lambda)a}{2}}{\lambda}$，$y_1=-\dfrac{y_0}{\lambda}$.………………8 分

$\because M(x_1,y_1)$在椭圆C上，

$\therefore \dfrac{{x_1}^2}{a^2}+\dfrac{4{y_1}^2}{3a^2}=1$，即$\dfrac{1}{a^2}\times[\dfrac{-x_0-\dfrac{(1+\lambda)a}{2}}{\lambda}]^2+\dfrac{4}{3a^2}\times(-\dfrac{y_0}{\lambda})^2=1$.

$\therefore \dfrac{1}{\lambda^2}(\dfrac{x_0^2}{a^2}+\dfrac{4y_0^2}{3a^2})+\dfrac{(1+\lambda)x_0}{a\lambda^2}+\dfrac{(1+\lambda)^2}{4\lambda^2}=1$.

$\because P(x_0,y_0)$在椭圆C上，

$\therefore \dfrac{x_0^2}{a^2}+\dfrac{4y_0^2}{3a^2}=1$.

$\therefore \dfrac{1}{\lambda^2}+\dfrac{(1+\lambda)x_0}{a\lambda^2}+\dfrac{(1+\lambda)^2}{4\lambda^2}=1$，解方程得$\lambda=\dfrac{5a+4x_0}{3a}$.……………………10 分

同理可得$\mu=\dfrac{5a-4x_0}{3a}$.

$\therefore$直线$\lambda x+\mu y=1$可化为$\dfrac{5a+4x_0}{3a}x+\dfrac{5a-4x_0}{3a}y=1$.

$\because \dfrac{5a+4x_0}{3a}\times\dfrac{3}{10}+\dfrac{5a-4x_0}{3a}\times\dfrac{3}{10}=\dfrac{3}{10}\times\dfrac{5a+4x_0+5a-4x_0}{3a}=\dfrac{3}{10}\times\dfrac{10a}{3a}=1$，

$\therefore$ 直线 $\dfrac{5a+4x_0}{3a}x+\dfrac{5a-4x_0}{3a}y=1$ 经过定点 $(\dfrac{3}{10},\dfrac{3}{10})$.

即直线 $\lambda x+\mu y=1$ 经过定点 $(\dfrac{3}{10},\dfrac{3}{10})$.……………………………………………12 分

22.（10 分）选修 $4-4$：坐标系与参数方程

解：（1）点 B 的直角坐标为 $(4,0)$， ……………………………………………………1 分

曲线 C_1 的直角坐标方程为 $x^2+\dfrac{y^2}{4}=1$， ……………………………………3 分

曲线 C_2 的普通方程为 $x^2+y^2-4x=0$. ……………………………………………5 分

（2）由已知设 $A(\cos\varphi,2\sin\varphi)$，点 A 到 x 轴的距离 $d=2|\sin\varphi|$.

由（1）知：点 B 的直角坐标为 $(4,0)$.

$\therefore \Delta AOB$ 的面积 $S_{\Delta AOB}=\dfrac{1}{2}|OB|d=\dfrac{1}{2}\times4\times2|\sin\varphi|=4|\sin\varphi|$. ……………8 分

$\because |\sin\varphi|$ 的最大值为 1，

$\therefore 4|\sin\varphi|$ 的最大值为 4.

$\therefore \Delta AOB$ 面积的最大值为 4. ……………………………………………………10 分

23.（10 分）选修 $4-5$：不等式选讲

（1）证明：$\because a>0$，$b>0$，$a+b=2$，

$\therefore (\sqrt{a+1}+\sqrt{b+1})^2=(a+b)+2+2\sqrt{a+1}\sqrt{b+1}$ ……………………………2 分

$$=2+2+2\sqrt{a+1}\sqrt{b+1}$$

$$\le 4+2\times\frac{(a+1)+(b+1)}{2}$$

$$=4+(a+b)+2=8.$$ …………………………………………4 分

$\therefore \sqrt{a+1}+\sqrt{b+1}\le 2\sqrt{2}$. ……………………………………………………5 分

（2）解：$\because a>0$，$b>0$，$a+b=2$，

$\therefore ab=(\sqrt{ab})^2\le(\frac{a+b}{2})^2=1$.

又$\because$当$a=b=1$时，$ab=1$.

$\therefore ab$的最大值为1.

$\therefore$不等式$|2x+1|-|2x-3|\ge ab$对满足已知条件的所有a、b都成立

$\Leftrightarrow |2x+1|-|2x-3|\ge 1$成立. ……………………………………………………6 分

当$x\le -\frac{1}{2}$时，不等式化为$-2x-1-(3-2x)\ge 1$，化简得$-4\ge 1$，不成立，所以不等式无解；

当$-\frac{1}{2}<x\le\frac{3}{2}$时，不等式化为$2x+1-(3-2x)\ge 1$，解得$x\ge\frac{3}{4}$；

$\therefore \frac{3}{4}\le x\le\frac{3}{2}$.

当$x>\frac{3}{2}$时，不等式化为$2x+1-(2x-3)\ge 1$，化简得$4\ge 1$，恒成立.

$\therefore x>\frac{3}{2}$.

$\therefore |2x+1|-|2x-3|\ge 1$的解集为$[\frac{3}{4},+\infty)$.

综上，实数x的取值范围是$[\frac{3}{4},+\infty)$. ………………………………………………10 分

请注意：以上参考答案与评分标准仅供阅卷时参考，其他答案请参考评分标准酌情给分.