昆明市2021届“三诊一模”高三复习教学质量检测

文科数学参考答案及评分标准

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	B	A	B	C	D	A	C	D	C	B	B

二、填空题

13．$(1,0)$（只要答$(a,0)$或$(0,b)$，$a>0$，$b>0$都可以得分）　14．$y=-\sqrt{3}x$，$y=\sqrt{3}x$

15．$\sqrt{3}$　16．60π

三、解答题

17．（1）证明：取DD_1中点为G，连接AG，BF，FG，ED_1，

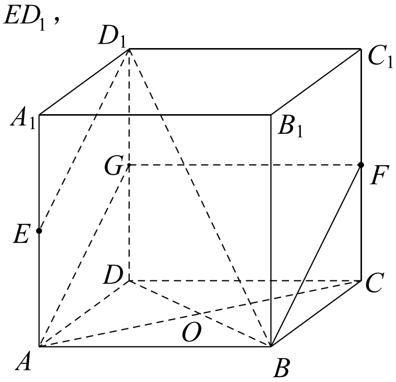
因为G，F分别为DD_1，CC_1的中点，

由已知可得四边形$ABFG$为平行四边形，

故$BF\ //\ AG$．　……………………2分

因为E是AA_1的中点，所以$ED_1\ //\ AG$，

所以$ED_1\ //\ BF$．　……………………4分



所以B，F，D_1，E四点共面．　………………………6分

（2）连结AC交BD于O，则$CO\perp BD$，又平面$BDD_1\perp$平面$ABCD$，平面$BDD_1\cap$平面$ABCD=BD$，所以$CO\perp$平面BDD_1．　……………………8分

由$CF\ //$平面BDD_1知F，C两点到平面BDD_1的距离相等．

在菱形$ABCD$中，$\angle BAD=\dfrac{\pi}{3}$，所以$\triangle BCD$为正三角形，

由$AB=2$知$CO=\sqrt{3}$，

所以F到平面BDD_1的距离为$CO=\sqrt{3}$．　……………………………………………12分

18．解：（1）设等差数列$\{a_n\}$的公差为d，由$a_3=3a_1-2$得$a_1=d+1$①，　………2分

由$S_5-S_3=4a_2$得$a_4+a_5=4a_2$，所以$2a_1=3d$②，　……………………4分

由①②得：$a_1=3$，$d=2$，

所以数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=2n+1$．　………………………………6分

（2）$S_n=\dfrac{n(a_1+a_n)}{2}=\dfrac{n(3+2n+1)}{2}=n^2+2n$，

所以 $\dfrac{1}{S_n}=\dfrac{1}{n^2+2n}=\dfrac{1}{2}(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+2})$， ……………………………………………9 分

故 $T_n=\dfrac{1}{2}[(1-\dfrac{1}{3})+(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{4})+(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{5})+\cdots+(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+2})]$，

$=\dfrac{1}{2}(1+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{n+1}-\dfrac{1}{n+2})=\dfrac{3}{4}-\dfrac{2n+3}{2(n+1)(n+2)}$，

所以 $T_n=\dfrac{3}{4}-\dfrac{2n+3}{2(n+1)(n+2)}$． ………………………………………………………12 分

19．解：（1）由频率分布直方图得 $(0.006+0.012+0.018\times 2+0.021+a)\times 10=1$，

解得 $a=0.025$． …………………………………2 分

设这组样本数据的平均数为 $\overline{x}$，由题可知

$\overline{x}=45\times 0.06+55\times 0.12+65\times 0.18+75\times 0.25+85\times 0.21+95\times 0.18=74.7$，

所以估计该校此次环保知识竞赛成绩的平均分约为 74.7． …………6 分

（2）由频率分布直方图可知，成绩在 $[40,50)$，$[50,60)$，$[60,70)$ 内的频率分别为 0.06，0.12，0.18，所以采用分层抽样的方法从样本中抽取的 6 人，其成绩在 $[40,50)$ 内的人数为 1 人，成绩在 $[50,60)$ 内的人数为 2 人，成绩在 $[60,70)$ 内的人数为 3 人．

设成绩在 $[40,50)$ 内的 1 人的分数为 A_1，成绩在 $[50,60)$ 内的 2 人的分数分别为 B_1，B_2，成绩在 $[60,70)$ 内的 3 人的分数分别为 C_1，C_2，C_3，

则从成绩在 $[40,70)$ 内的 6 人中随机抽取 3 人，这 3 人分数的可能结果有：(A_1,B_1,B_2)，(A_1,B_1,C_1)，(A_1,B_1,C_2)，(A_1,B_1,C_3)，(A_1,B_2,C_1)，(A_1,B_2,C_2)，(A_1,B_2,C_3)，(A_1,C_1,C_2)，(A_1,C_1,C_3)，(A_1,C_2,C_3)，(B_1,B_2,C_1)，(B_1,B_2,C_2)，(B_1,B_2,C_3)，(B_1,C_1,C_2)，(B_1,C_1,C_3)，(B_1,C_2,C_3)，(B_2,C_1,C_2)，(B_2,C_1,C_3)，(B_2,C_2,C_3)，(C_1,C_2,C_3)，共 20 种；

这 3 人成绩均不在 $[50,60)$ 内的可能结果为 (A_1,C_1,C_2)，(A_1,C_1,C_3)，(A_1,C_2,C_3)，(C_1,C_2,C_3)，共 4 种，

所以这 3 人至少有 1 人成绩在 $[50,60)$ 内的概率为 $1-\dfrac{4}{20}=\dfrac{4}{5}$． …………………12 分

20．解：（1）设$B(x,y)$，

依题意：$\dfrac{1}{2}+\dfrac{x}{y}=\dfrac{x-1}{y-2}$，　　　　　　　　　　　　　　　　……………………………2 分

化简得：$y^2=4x$，

则曲线E的方程为：$y^2=4x(x\neq 0,x\neq 1)$．　……………………………5 分

（2）依题意，设直线MN的方程为$x=ty+1$，$t\neq 0$，

联立$\begin{cases}x=ty+1,\\ y^2=4x,\end{cases}$得$y^2-4ty-4=0$，

设$M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，由韦达定理得，$y_1+y_2=4t$，$y_1y_2=-4$，

所以$|MN|=\sqrt{1+t^2}\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}=4(t^2+1)$，……………………………7 分

由D为MN的中点，易知$D(2t^2+1,2t)$，

直线DH的方程为$y-2t=-t(x-2t^2-1)$，

所以点H的坐标为$(2t^2+3,0)$，所以$|DH|=2\sqrt{t^2+1}$，………………………10 分

因为$|MN|=4|DH|$，所以$4(t^2+1)=8\sqrt{t^2+1}$，解得$t=\pm\sqrt{3}$，

所以MN的方程为$x-\sqrt{3}y-1=0$或$x+\sqrt{3}y-1=0$．　………………………12 分

21．解：（1）$f'(x)=a-\cos x$，…………………………………………………………1 分

当$a\geq 1$时，$f'(x)\geq 0$．

所以函数$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增，所以$f(x)>f(0)=0$，满足题意.

当$a\leq -1$时，$f'(x)\leq 0$，函数$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递减，$f(x)<f(0)=0$，不符合题意.

当$-1<a<1$时，令$f'(x)=0$，在$(0,\pi)$存在x_0，使得$\cos x_0=a$成立，

所以$0<x<x_0$时，$f'(x)<0$，函数$f(x)$在$(0,x_0)$上单调递减，

则$f(x)<f(0)=0$，不符合题意.

综上，a的取值范围为$[1,+\infty)$．　　　……………………………………6 分

（2）当$a=1$时，$f(x)=x-\sin x$，

要证$2f(x)+\cos x>\mathrm{e}^{-x}$，即证$2x-2\sin x+\cos x>\mathrm{e}^{-x}$，即$(2x-2\sin x+\cos x)\mathrm{e}^{x}>1$，

设$g(x)=(2x-2\sin x+\cos x)\mathrm{e}^{x}$，

则$g'(x)=(2x-2\sin x+\cos x)\mathrm{e}^{x}+(2-2\cos x-\sin x)\mathrm{e}^{x}$

$$=[2(x-\sin x)+2-\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})]\mathrm{e}^{x}.$$

由（1）知$x>\sin x$，又$2-\sqrt{2}\sin(x+\dfrac{\pi}{4})>0$，

所以$g'(x)>0$，所以$g(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增，故$g(x)>g(0)=1$，

所以，$\forall x\in(0,+\infty)$，$2f(x)+\cos x>\mathrm{e}^{-x}$．……………………………………12 分

22．解：（1）C_1的普通方程为$x-y-1=0$，

所以C_1的极坐标方程为$\rho\cos\theta-\rho\sin\theta-1=0$， ………………3 分

C_2的直角坐标方程为$(x-2)^2+y^2=4$． ………………………………5 分

（2）C_1的极坐标方程为$\rho\cos\theta-\rho\sin\theta=1$，

C_2的极坐标方程为$\rho=4\cos\theta$，

联立$\begin{cases}\rho\cos\theta-\rho\sin\theta=1,\\ \rho=4\cos\theta,\end{cases}$解得$\cos\theta=\dfrac{\rho}{4}$，$\sin\theta=\dfrac{\rho}{4}-\dfrac{1}{\rho}$，

由$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$得$\rho^4-12\rho^2+8=0$，所以$\rho_1{}^2\rho_2{}^2=8$，$\rho_1\rho_2=2\sqrt{2}$，

所以$|OA|\cdot|OB|=\rho_1\rho_2=2\sqrt{2}$． ……………………………………………………10 分

23．解：（1）$f(x)=\begin{cases}-3x+6, & x<\dfrac{3}{2},\\ x, & \dfrac{3}{2}\le x\le 3,\\ 3x-6, & x>3,\end{cases}$ 由$f(x)\le 6$，得

$\begin{cases}x<\dfrac{3}{2},\\ -3x+6\le 6,\end{cases}$或$\begin{cases}\dfrac{3}{2}\le x\le 3,\\ x\le 6,\end{cases}$或$\begin{cases}x>3,\\ 3x-6\le 6.\end{cases}$

故$0\le x\le 4$，所以不等式$f(x)\le 6$的解集为$[0,4]$． ………………5 分

（2）当$x\in[\dfrac{3}{2},3]$时，$f(x)=x$，

存在$x\in[\dfrac{3}{2},3]$，$x^3-af(x)+16<0$，

即$x^3-ax+16<0$ ，即$a>x^2+\dfrac{16}{x}$，

只需$a>(x^2+\dfrac{16}{x})_{\min}$，$x\in[\dfrac{3}{2},3]$．

因为$x^2+\dfrac{16}{x}=x^2+\dfrac{8}{x}+\dfrac{8}{x}\ge 3\sqrt[3]{x^2\cdot\dfrac{8}{x}\cdot\dfrac{8}{x}}=12$，

当且仅当$x^2=\dfrac{8}{x}$，即$x=2$时取等号，所以$(x^2+\dfrac{16}{x})_{\min}=12$，故$a>12$．

所以实数a的取值范围为$(12,+\infty)$． ……………………………………………10 分