昆明市 2020~2021 学年高二期末质量检测

文科数学参考答案及评分标准

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	B	A	D	C	B	C	B	A	C	D	A

二、填空题

13．$(1,-1)$（满足条件的 $\boldsymbol{a}$ 均可）　　14．$\frac{5}{2}$　　15．$\frac{\pi}{4}$　　16．$[\frac{5\pi}{6},\frac{7\pi}{6})$

三、解答题

17．解：（1）由频率分布直方图可知该公司员工年收入的众数为10 万元.　⋯⋯⋯1 分

由于 $(0.04+0.1)\times 5=0.7>0.5$，所以员工年收入的中位数在 $[7.5,12.5)$ 内，设中位数为 a，

由 $0.04\times 5+0.1\times(a-7.5)=0.5$，解得 $a=10.5$，

所以估计该该公司员工年收入的中位数约为10.5 万元.　⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯ 3 分

由题意知，员工年收入的平均数为：

$(0.04\times 5+0.1\times 10+0.02\times 15+0.01\times 20+0.01\times 25+0.008\times 30+0.008\times 35+0.004\times 40)\times 5$

$=13.15$，

所以估计该公司员工年收入的平均数约为13.15 万元.　⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯5 分

（2）招聘人员的描述不能客观反映该公司员工年收入的实际情况.　⋯⋯⋯⋯⋯⋯7 分

由（1）知，有一半员工年收入不超过10.5 万元，多数员工年收入是10 万元，少数员工年收入很高，在这种情况下，年收入的平均数就比中位数大的多，所以用中位数或众数更能客观反映该公司员工年收入的实际情况.　⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯10 分

18．解（1）选① $\sqrt{S_n}=n$；

由 $\sqrt{S_n}=n$ 得 $S_n=n^2$，⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯2 分

则 $a_n=\begin{cases}S_1, & n=1,\\ S_n-S_{n-1}, & n\geq 2,\end{cases}$ 所以 $a_n=\begin{cases}1, & n=1,\\ 2n-1, & n\geq 2.\end{cases}$　⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯4 分

因为 $a_1=1=2\times 1-1$，所以数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=2n-1$.　⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯6 分

选② $a_{n+1}-a_n=2$， $S_3=9$；

由 $a_{n+1}-a_n=2$ 知数列 $\{a_n\}$ 是公差 $d=2$ 的等差数列，⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯2 分

则 $S_3=3a_1+\frac{1}{2}\times 3\times 2\times d=3a_1+6=9$，得 $a_1=1$，　⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯4 分

所以数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=a_1+(n-1)d=2n-1$.　⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯6 分

选③ $a_n=(a_2-1)n-1$；

由 $a_n=(a_2-1)n-1$，知 $a_2=2(a_2-1)-1=2a_2-3$，得 $a_2=3$，⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯4 分

所以数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=(a_2-1)n-1=2n-1$.　⋯⋯⋯⋯⋯⋯⋯6 分

（2）因为 $a_n=2n-1$，所以 $b_n=\dfrac{1}{a_na_{n+1}}=\dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\dfrac{1}{2}(\dfrac{1}{2n-1}-\dfrac{1}{2n+1})$， …………9 分

则数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和

$T_n=\dfrac{1}{2}[(1-\dfrac{1}{3})+(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{5})+\cdots+(\dfrac{1}{2n-1}-\dfrac{1}{2n+1})]=\dfrac{1}{2}(1-\dfrac{1}{2n+1})=\dfrac{n}{2n+1}$． ………12 分

19．解：（1）因为 $\triangle ABC$ 是边长为 8 的等边三角形，所以 BC 边上的高 $AH=8\sin 60^\circ=4\sqrt{3}$，

所以 $6<4\sqrt{3}<AD<8$，又线段 AD 的长度为整数，所以 $AD=7$， ………3 分

在 $\triangle ABD$ 中，由正弦定理有 $\dfrac{AB}{\sin\angle ADB}=\dfrac{AD}{\sin B}$，即 $\dfrac{8}{\sin\angle ADB}=\dfrac{7}{\sin 60^\circ}$，

解得 $\sin\angle ADB=\dfrac{4\sqrt{3}}{7}$． ………6 分

（2）由（1）知 $AD=7$，在 $\triangle ABD$ 中，由余弦定理有

$AD^2=AB^2+BD^2-2AB\times BD\times\cos B$，即 $49=64+BD^2-8BD$，解得 $BD=5$ 或 3，

因为 $BD>CD$，所以 $BD=5$，$CD=3$． ………10 分

在 $\triangle ACD$ 中，由面积公式有 $S_{ACD}=\dfrac{1}{2}DC\times AC\times\sin 60^\circ=6\sqrt{3}$． ………12 分

20．解：（1）证明：在正三棱柱中，$AA_1\perp$ 平面 $A_1B_1C_1$，所以 $AA_1\perp C_1D_1$．

又 D_1 为 A_1B_1 中点，$A_1C_1=B_1C_1$，所以 $C_1D_1\perp A_1B_1$，

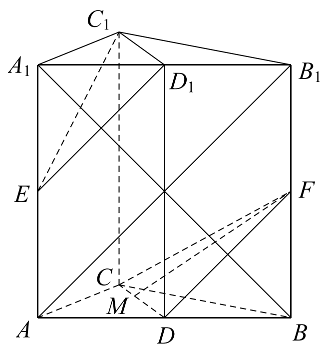
而 $AA_1\cap A_1B_1=A_1$，所以 $C_1D_1\perp$ 平面 ABB_1A_1，

故 $C_1D_1\perp BA_1$． …………………………2 分

连结 AB_1，因为 $AA_1=AB$，所以四边形 ABB_1A_1 为正方形，

所以 $AB_1\perp BA_1$，又 $ED_1/\!/AB_1$，所以 $BA_1\perp ED_1$． ……4 分

又 $ED_1\cap C_1D_1=D_1$，所以 $BA_1\perp$ 平面 EC_1D_1． …………6 分



（2）证明：连结 CF，DF，DD_1， ……………7 分

因为 E，F，D，D_1 分别为棱 AA_1，BB_1，AB，A_1B_1 的中点，

所以 $DF/\!/ED_1$，$DD_1/\!/AA_1$，$CC_1/\!/AA_1$． ……………9 分

又 $DD_1=AA_1$，$CC_1=AA_1$，所以四边形 CDD_1C_1 为平行四边形，

所以 $CD/\!/D_1C_1$． ………………10 分

又 $CD\cap DF=D$，$C_1D_1\cap D_1E=D_1$，所以平面 $CDF/\!/$ 平面 EC_1D_1．

又 $MF\subset$ 平面 CDF，所以 $MF/\!/$ 平面 EC_1D_1． ……………………………12 分

21．解：（1）函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，因为 $f'(x)=\dfrac{1}{x}+1$，……………………2 分

所以 $f'(1)=2$，则切线斜率为 2，又因为 $f(1)=1$，所以切点坐标为 $(1,1)$，

则切线方程为：$y-1=2(x-1)$，化简得 $y=2x-1$．……………………………4 分

（2）要证 $e^x+x\ge f(ex)$，即证 $e^x+x-ex-\ln(ex)\ge 0$．

设 $g(x)=e^x+x-ex-\ln(ex)$，则 $g'(x)=e^x+1-e-\dfrac{1}{x}$，

令 $h(x)=e^x+x-\dfrac{1}{x}-e$，$h'(x)=e^x+\dfrac{1}{x^2}+1>0$，

所以 $h(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内单调递增，又因为 $h(1)=e+1-e-1=0$，

所以当 $x\in(0,1)$ 时，$g'(x)<0$，$g(x)$ 单调递减；

当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$g'(x)>0$，$g(x)$ 单调递增.

所以 $g(x)\ge g(1)=e+1-e-1=0$，

所以 $e^x+x\ge f(ex)$．……………………………12 分

22．解：（1）依题意可得：$\begin{cases}\sqrt{1-(\dfrac{b}{a})^2}=\dfrac{\sqrt{2}}{2},\\ 2ab=2\sqrt{2},\end{cases}$ ……………………………2 分

解得：$a=\sqrt{2}$，$b=1$，

所以椭圆 E 的方程为 $\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$．……………………………4 分

（2）由（1）的椭圆方程可求得 A 的坐标为 $(1,\dfrac{\sqrt{2}}{2})$，所以 OA 的斜率为 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

故设直线 l 的方程为 $y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}x+m\ (m\ne 0)$，

联立 $\begin{cases}y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}x+m,\\ \dfrac{x^2}{2}+y^2=1,\end{cases}$ 消去 y 得：$x^2+\sqrt{2}mx+m^2-1=0$，

由题意知 $\Delta=4-2m^2>0$，则 $-\sqrt{2}<m<\sqrt{2}$，且 $m\ne 0$．

设 $B(x_1,y_1)$，$C(x_2,y_2)$，则 $x_1+x_2=-\sqrt{2}m$，$x_1x_2=m^2-1$，……………………8 分

所以 $k_1+k_2=\dfrac{y_1-\frac{\sqrt{2}}{2}}{x_1-1}+\dfrac{y_2-\frac{\sqrt{2}}{2}}{x_2-1}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{m}{x_1-1}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{m}{x_2-1}=\sqrt{2}+\dfrac{m(x_1+x_2-2)}{x_1x_2-(x_1+x_2)+1}$

$=\sqrt{2}+\dfrac{-\sqrt{2}(m^2+\sqrt{2}m)}{m^2+\sqrt{2}m}=0$．……………………………12 分