昆八中2021—2022学年度上学期月考一

特色高二数学试卷答案

考试时间：120分钟 满分：150分 命题教师：杨朝锋 审题教师：白莹

一、**选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。**

1．复数的共轭复数是（ ）

A． B． C． D．

【答案】B

【详解】因为，所以复数的共轭复数是；故选：B.

2．高二（1）班30名学生的一次数学考试成绩按从小到大排序结果如下：

51 54 59 60 64 68 68 70 71 72

72 74 75 76 79 80 80 81 82 83

85 87 88 90 91 92 93 95 98 100

则估计这次数学考试成绩的第75百分位数为（ ）

A．87 B．88 C．90 D．87.5

【答案】B

【详解】由，可知样本的第75百分位数为第23项数据，

据此估计这次数学考试成绩的第75百分位数为88. 故选：B.

3．已知直线平面，直线平面，有下列四个命题：

①若，则；②若，则；③若，则；④若，则，

其中，正确命题的序号是（ ）

A．①② B．③④ C．①③ D．②④

【答案】C

【详解】已知直线平面，直线平面，

①：若，得直线平面，所以，故①正确；

②：若，直线在*l*在内或者，所以*l*与*m*的位置关系不确定，故②错误；

③：若，直线，由面面垂直的性质定理可得，故③正确；

④：若，则与可能垂直，可能不垂直，故④错误. 故选：C

4．已知点，．若直线与线段相交，则实数的取值范围是（ ）

A． B．

C． D．

【答案】A

【详解】设直线过定点，则直线可写成，

令解得直线必过定点．

，．直线与线段相交，

由图象知，或，解得或，

则实数的取值范围是．故选：A

5．甲、乙两名射击运动员独立地对同一目标射击，甲击中目标的概率为，乙击中目标的概率为，则目标被击中的概率为（ ）

A． B． C． D．

【答案】D

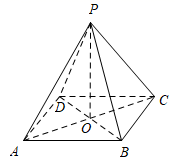
【详解】甲击中目标的概率为，乙击中目标的概率为，

则甲乙两人各自射击同一目标一次，则该目标被击中的概率为：. 故选：D.

6．攒尖是古代中国建筑中屋顶的一种结构形式，常见的有圆形攒尖､三角攒尖､四角攒尖､六角攒尖等，多见于亭阁式建筑，翠湖公园湖心亭建筑为四角攒尖，它主要部分的轮廓可近似看作一个正四棱锥，若这个正四棱锥的棱长均为2，则该正四棱锥的体积为（ ）

A． B． C． D．

【答案】C

【详解】如图所示，正四棱锥棱长均为2，连接*AC、BD*交于点*O*，连接*PO。*

根据正四棱锥的性质，可得平面*ABCD*.

所以，，

所以正四棱锥的体积.故选：C

7．长时间玩手机可能影响视力.据调查，某校学生大约有40%的人近视，而该校大约有20%的学生每天玩手机超过1小时，这些人的近视率约为50%.现从每天玩手机不超过1小时的学生中任意调查一名学生，则他近视的概率约为（ ）

A．0.125 B．0.25 C．0.375 D．0.4

【答案】C

【详解】玩手机不超过1小时的学生占，设其近视率为，则有，

，根据近视率可得任意调查其中一名学生，则他近视的概率约为. 故选：C

8．数学家欧拉在1765年提出定理：三角形的外心、重心、垂心依次位于同一直线上，且重心到外心的距离是重心到垂心距离的一半，这条直线被后人称之为三角形的欧拉线.已知的顶点，，，则的欧拉线方程为（ ）

A． B．

C． D．

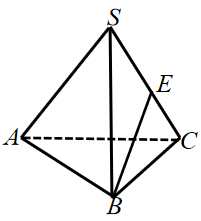
【答案】D

【详解】线段*AB*的中点为*M*（1，2），*kAB*=﹣2，∴线段*AB*的垂直平分线为：*y*﹣2=（*x*﹣1），即*x*﹣2*y*+3=0．

∵*AC*=*BC*，∴的外心、重心、垂心都位于线段*AB*的垂直平分线上，因此的欧拉线的方程为：*x*﹣2*y*+3=0． 故选：D．

9．如图，在三棱锥中，和均为正三角形，为棱的中点，若，，则异面直线与所成的角的余弦值为（ ）

A．

B．

C．

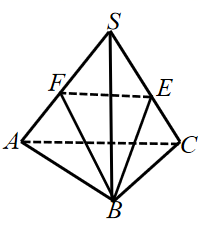
D．1

【答案】B

【详解】取的中点，连接，，

∵为的中点，为的中点，

∴，

∴（或其补角）为异面直线*AC*与所成的角，

∵和均为正三角形，，

∴，

∴，

∴，

故异面直线与所成的角的余弦值为．故选：B．

10．已知圆的圆心到直线的距离为，若，且，则的最小值为（ ）

A． B． C． D．

【答案】D

【详解】由题意，知圆心坐标为(1，4)，

圆心到直线的距离为，则，解得或

因为，所以；所以，且，

则，当且仅当时取“="，即的最小值为． 故选：D

11．已知向量，的夹角为，且，，则与的夹角等于( )

A． B． C． D．

【答案】C

【解析】，；

，，；

设与的夹角为，则；

又，，故选．

12．在平面直角坐标系中，已知点，圆，在圆上存在点满足，则实数的取值范围是 ( )

A． B． C． D．

【答案】D

【详解】：设点，由可得

化简得即点的轨迹是圆心为，半径为的圆，

因为点在圆上，所以圆和有公共点，

所以，

，又，所以 ，故选：D

1. **填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。**

13．某社区利用分层抽样的方法从200户高收入家庭、400户中等收入家庭、100户低收入家庭中选出140户调查社会购买力的某项指标，则中等收入家庭应选出\_\_\_\_\_\_\_\_户．

【答案】80.

【详解】：又题意可知共有200+400+100=700户家庭，则中等收入家庭应选出户.

故答案为：80.

14．在平面直角坐标系中，圆与圆的公共弦的长为 ；

【答案】

【详解】：由，得：

两圆的公共弦所在的直线方程为：，

圆的圆心到直线的距离为：，

公共弦长为：． 故填：．

1. 已知平面向量满足，且，若向量的夹角为，

则的最大值是\_\_\_\_\_\_\_\_\_

【答案】

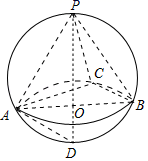
【详解】：由条件可得夹角的余弦值，若用代数方法处理夹角的条件，则运算量较大。所以考虑利用图形，设，则，即，从而，可判定四点共圆，则的最大值为四边形外接圆的直径，即的直径。在中，由余弦定理可得：，所以，由正弦定理可得：，即

16．已知三棱锥内接于半径为5的球，，，，则三棱锥体积的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_

**【答案】**

【详解】：如图，在三角形中，由，，，得，

要使三棱锥的体积最大，则平面平面，

且在底面上的射影为中点，

连接并延长，交三棱锥的外接球于，则为球的直径，

设，则，解得（舍或．

三棱锥的体积的最大值为．

故答案为：．

**三、解答题：共70分。解答题应写出文字说明、证明过程或演算步骤。**

17．（本题满分10分）

已知圆，其圆心*C*在直线上．

（1）求*m*的值；

（2）若过点的直线与圆*C*相切，求直线的方程．

【答案】（1）；（2）或．

【详解】：（1）圆的标准方程为：，所以，圆心为

由圆心在直线上，得．

所以，圆的方程为：．

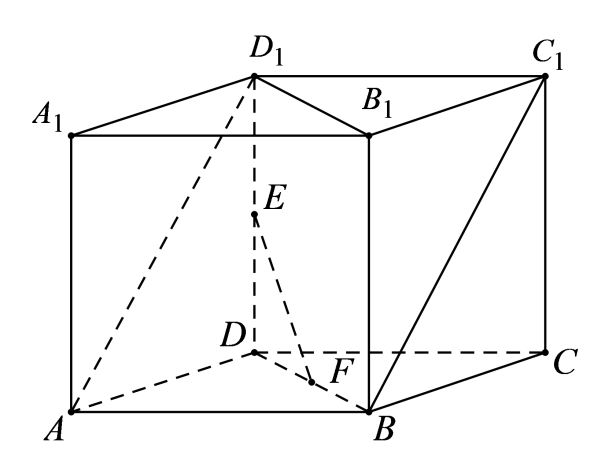
（2）由题意可知直线的斜率存在，设直线的方程为：，即，

由于直线和圆相切，得，解得：

所以，直线方程为：或．

1. （本题满分12分）

如图所示，在棱长为2的正方体*ABCD*-*A*1*B*1*C*1*D*1中，*E*，*F*分别为*DD*1，*DB*的中点．

（1）求证：*EF*∥平面*ABC*1*D*1；

（2）求二面角的余弦值．

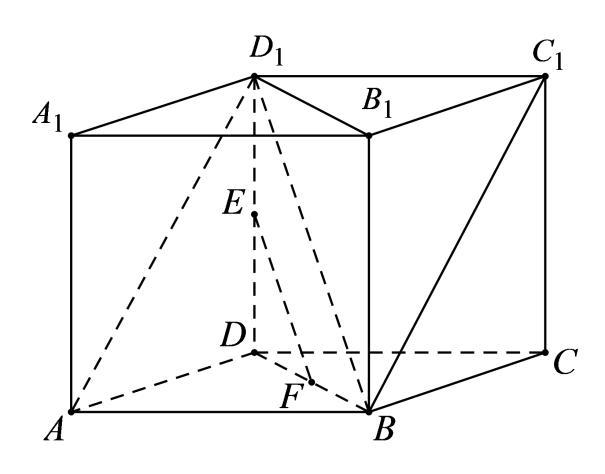
【答案】（1）证明见解析；（2）．

【详解】

（1）连接*BD*1，由*E*，*F*分别为*DD*1，*DB*的中点，

∴*EF*∥*BD*1，又*EF*面*ABC*1*D*1，*BD*1面*ABC*1*D*1

∴*EF*∥面*ABC*1*D*1．



（2）构建以*D*为原点，，，为*x*、*y*、*z*轴正方向的空间直角坐标系，



∴*D*(0,0,0)，*C*(0,2,0)，*B*(2,2,0)，*C*1(0,2,2)，*E*(0,0,1)，

∴=(2,2,0)，=(0,2,2)，=(2,2,-1)，=(0,2,1)，又二面角即为二面角，

若是面*BDC*1的一个法向量，则，若，即，

若是面*EBC*1的一个法向量，则，若，即，

∴，则锐二面角的余弦值为．

1. （本题满分12分）

已知在锐角△ABC中，*a*，b，c为角A，B，C所对的边，且．

（1）求角A的值； （2）若，求的取值范围．

【答案】（1）； （2）.

【解析】(1)在锐角中，根据，

利用正弦定理可得 ，

即， 即，

即.

(2)若，则由正弦定理可得 ，

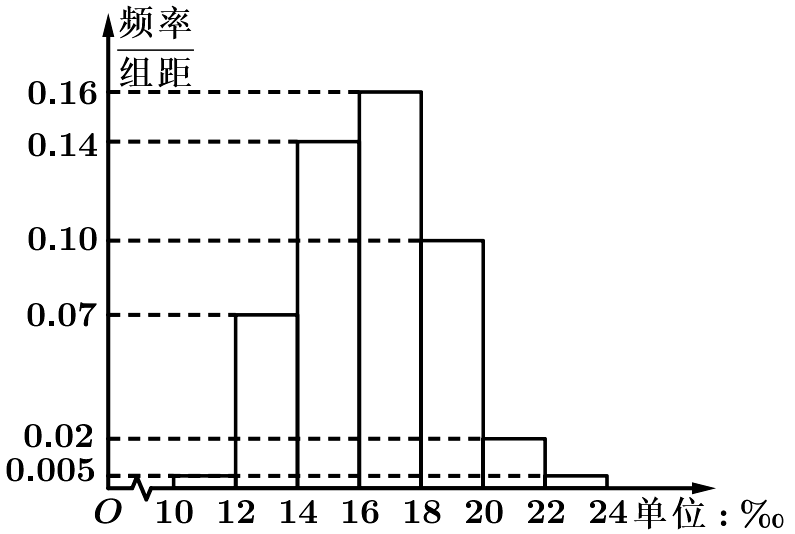
，

由于， 求得，

.

1. （本题满分12分）

制成奶嘴的主要材质是橡胶，在加工过程中，可能会残留一些未挥发完全的溶剂，以及橡胶本身含有的化合物等.因为奶嘴直接接触食物和婴儿口腔，使用过程中，挥发性物质的溶出会污染奶质，甚至通过消化道被宝宝身体吸收，长期潜伏积累，对免疫力尚未健全的婴幼儿会危害甚大，因此我国对奶嘴和安抚奶嘴的挥发性物质做了规定，要求其含量不得超过0.5%.某婴儿用品的生产商为了测量某新产品的挥发性物质含量，从试生产的产品中随机抽取100个，得到如下频率分布直方图：注：以频率作为概率，该婴儿用品的生产商规定挥发性物质含量<18‰为合格产品.



（1）根据频率分布直方图，求这100个奶嘴的挥发性物质含量的中位数；

（2）为了解产品不合格的原因，用分层抽样的方法从与中抽取6个进行分析，然后从这6个中抽取2个进一步实验，求在与中各有一个的概率；

（3）若这100个奶嘴的挥发性物质含量的平均值大于16，则需进行技术改进，试问该新产品是否需要技术改进？

**【答案】**（1）；（2）；（3）该产品需要进行技术改进.

【详解】：（1）挥发性物质含量位于的频率为，

挥发性物质含量位于的频率为，

所以这100个奶嘴的挥发性物质含量的中位数位于区间，

设中位数为，则，解得；

（2）组的奶嘴的个数为，

组的奶嘴的个数为，

所以从组中抽取个，从组中抽取个，

记组中抽取的5个分别为*a*，*b*，*c*，*d*，*e*，组中抽取的一个为*f*，

则从6个中抽取2个的所有情况如下：

，，，，，，，，，，，，，，共15种情况，

其中在与中各有1个的有，，，，共5种情况，

所以所求的概率；

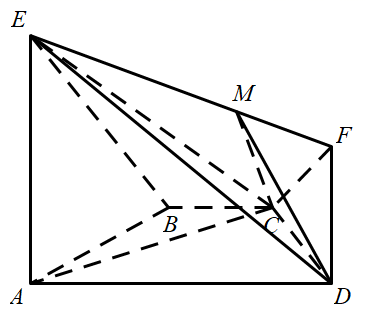
（3）因为，

故该产品需要进行技术改进.

1. （本题满分12分）

如图所示，在等腰梯形中，∥，，直角梯形所在的平面垂直于平面，且，.

（1）证明：平面平面；

（2）点在线段上，试确定点的位置，使平面与平面所成的二面角的余弦值为.

【答案】（1）证明见解析；（2）点为线段中点

【解析】：（1）因为平面平面，

平面平面，

，平面，所以平面，

又平面，所以，

在△中，，，，

由余弦定理得，，

所以，所以.

又，，所以平面，

又平面，所以平面平面；

（2）以为坐标原点，以，所在直线分别为轴、轴建立如图所示的空间直角坐标系，，，，，，，

，，，，，

设，，则.

设平面的一个法向量为，

则，即，取，得.

设平面的一个法向量为，

由，得，

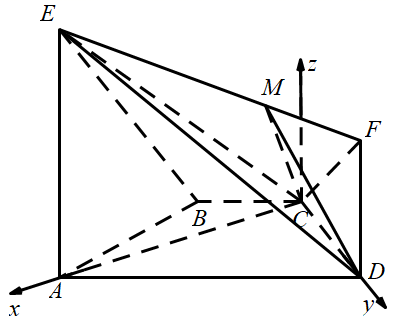
令，得，

因为平面与平面所成的二面角的余弦值为，

所以，整理得，

解得或（舍去），

所以点为线段中点时，平面与平面所成的二面角的余弦值为.



1. （本题满分12分)

已知点，曲线*C*上任意一点*P*满足．

（1）求曲线*C*的方程；

（2）设点，问是否存在过定点*Q*的直线*l*与曲线*C*相交于不同两点*E*，*F*，无论直线*l*如何运动，*x*轴都平分∠*EDF*，若存在，求出*Q*点坐标，若不存在，请说明理由．

【答案】（1）；（2）存在，.

【详解】

（1）设点的坐标为，

因为，可得，整理得，

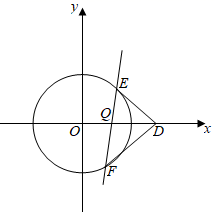
即曲线的方程为.

（2）①如果斜率不存在，直线垂直于*x*轴，此时与圆交于两点，

可得这些直线都是平行的，不可能经过同一点，不符合题意．

②设存在定点*Q*满足条件，设直线的方程为，

设，联立方程组，整理得，

可得，，，

无论直线如何运动，轴都平分∠*EDF*，可得，

所以，可得，

所以，

所以，整理得，可得，

所以，可得直线经过定点，

所以存在过定点的直线与曲线*C*相交于不同两点*E*，*F*，无论直线*l*如何运动，轴都平分∠*EDF*．