昆八中 2021-2022 学年度上学期月考二

平行高一数学答案

一、单选题(本大题共 10 个小题，每小题 5 分，共 50 分，在每小题给出的四个选项中只有一个是符合题目要求的)

1．设全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\{x|-1<x<3\}$，$B=\{x|x\leqslant-2$ 或 $x\geqslant1\}$，则 $A\cap(\complement_U B)=$

A．$\{x|-1<x<1\}$　　B．$\{x|-2<x<3\}$　　C．$\{x|-2\leqslant x<3\}$　　D．$\{x|x\leqslant-2$ 或 $x>-1\}$

答案：A

2．函数 $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{\ln(5-2x)}}+\sqrt{e^x-1}$的定义域为

A．$[0，+\infty)$　　B．$(-\infty，2]$　　C．$[0,2]$　　D．$[0,2)$

答案：D

3．命题“$\forall x>0$，$x^2-2x+1>0$”的否定是

A． $\exists x>0$，$x^2-2x+1\leqslant0$　　B． $\forall x>0$，$x^2-2x+1\leqslant0$

C． $\exists x\leqslant0$，$x^2-2x+1\leqslant0$　　D． $\forall x\leqslant0$，$x^2-2x+1\leqslant0$

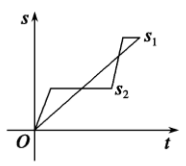
答案：A

4．函数 $f(x)=\ln x+\frac{1}{2}x-2$ 有零点的一个区间是

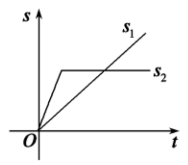
A．$(0,1)$　　B．$(1,2)$　　C．$(2,3)$　　D．$(3,4)$

答案：C

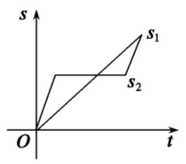
5．“龟兔赛跑”讲述了这样一个故事：领先的兔子看着缓缓爬行的乌龟，骄傲起来，睡了一觉，当它醒来时发现乌龟快到终点了，于是急忙追赶，但为时已晚，乌龟还是先到达了终点．用 s_1 和 s_2 分别表示乌龟和兔子所行的路程，t 为时间，s 为路程，则下列图象中与故事情节相吻合的是



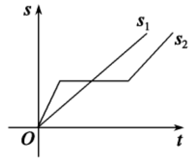
A



B



C



D

答案：D

6．设 $a=(\sqrt{2})^{1.2}$，$b=\log_3\dfrac{3}{5}$，$c=\ln\dfrac{3}{2}$，则 a，b，c 的大小关系是(　D　)

A．$a>b>c$　　B．$c>b>a$　　C．$c>a>b$　　D．$a>c>b$

答案：D

7．已知 $a\in\mathbf{R}$，则“$-1<a<0$”是“$ax^2+2ax-1<0$ 对 $\forall x\in\mathbf{R}$ 恒成立”的

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

答案：A

8．中国宋代的数学家秦九韶曾提出“三斜求积术”，即假设在平面内有一个三角形，边长分别为 a，b，c，三角形的面积 S 可由公式 $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$求得，其中 p 为三角形周长的一半，这个公式也被称为海伦—秦九韶公式，现有一个三角形的边长满足 $a+b=12$，$c=8$，则此三角形面积的最大值为

A．$4\sqrt{5}$　　B．$4\sqrt{15}$　　C．$8\sqrt{5}$　　D．$8\sqrt{15}$

答案：C

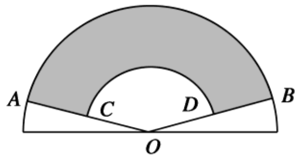
9．若函数 $f(x)=\begin{cases}(a-1)x-2a，x<2，\\ \log_a x，x\geqslant 2\end{cases}$ $(a>0$ 且 $a\neq 1)$在 $\mathbf{R}$ 上单调递减，则实数 a 的取值范围是

A．$(0,\frac{1}{2}]$　　B．$[\frac{\sqrt{2}}{2},1)$　　C．$(0,\frac{\sqrt{2}}{2}]$　　D．$[\frac{1}{2},1)$

答案：B

10．中国折叠扇有着深厚的文化底蕴．如图②，在半圆 O 中作出两个扇形 OAB 和 OCD，用扇环形 $ABDC$(图中阴影部分)制作折叠扇的扇面．记扇环形 $ABDC$ 的面积为 S_1，扇形 OAB 的面积为 S_2，当 S_1 与 S_2 的比值为$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$时，扇面的形状较为美观，则此时扇形 OCD 的半径与半圆 O 的半径之比为

图①



图②

A.$\frac{\sqrt{5}+1}{4}$　　B．$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$　　C．$3-\sqrt{5}$　　D．$\sqrt{5}-2$

答案：B

二、多选题(本大题共 2 个小题，每小题 5 分，共 10 分，在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分)

11．下列函数中，既是偶函数，又在区间$(0，+\infty)$上单调递减的函数是

A．$y=x^3$　　B．$y=\ln\frac{1}{|x|}$　　C．$y=2^{-|x|}$　　D．$y=|x|$

答案：BC

12．下列命题正确的是

A．若集合 $A=\{x，y\}$，$B=\{0，x^2\}$，$A=B$，则 $x=1$，$y=0$；

B．$\forall x\in(2，+\infty)$，都有 $x^2>2^x$；

C．函数 $f(x)=\frac{1}{x}$的单调递减区间是$(-\infty，0)\cup(0，+\infty)$；

D．若 $f(x+y)=f(x)f(y)$，且 $f(1)=1$，则$\frac{f(2)}{f(1)}+\frac{f(4)}{f(3)}+\cdots+\frac{f(2\,014)}{f(2\,013)}+\frac{f(2\,016)}{f(2\,015)}=1008$.

答案：A D

三、填空题(本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．)

13．若角 α 的终边经过点$(1，-\sqrt{3})$，则 $\sin\alpha=$__________

答案：$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

14．已知函数 $f(x)=\begin{cases}2^x-2，x\leqslant 1，\\ \log_2(x-1)，x>1，\end{cases}$　则 $f[f(\frac{5}{2})]=$__________

答案：$-\frac{1}{2}$

15．若不等式$(\frac{1}{4})^{a^2-8}>4^{-2a}$成立，则实数 a 的取值范围为____________.

答案：$-2<a<4$

16．已知函数 $f(x)=\begin{cases}\frac{4}{x}，x\geqslant 2，\\ (x-1)^3，0<x<2，\end{cases}$　若关于 x 的方程 $f(x)=kx$ 有且仅有 1 个实根，则实数 k 的取值范围是____________.

答案：$(-\infty，0]\cup\left[\frac{1}{2}，1\right]$

四、解答题(本大题共 6 个小题，共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17．(本小题满分 10 分) (1)计算$3^{\log_3 2}+27^{\frac{1}{3}}+\lg 50+\lg 2$；

(2)已知 $2^a=3,4^b=6$，求 $2b-a$ 的值．

[解析]　(1)$3^{\log_3 2}+27^{\frac{1}{3}}+\lg 50+\lg 2=2+3+\lg 100=2+3+2=7$. ··························5

(2)由 $2^a=3$，得 $a=\log_2 3$，又由 $4^b=6$，即 $2^{2b}=6$，得 $2b=\log_2 6$，

所以 $2b-a=\log_2 6-\log_2 3=\log_2 2=1$.　··························10

18．(本小题满分 12 分)已知函数 $f(x)=3mx^2+mx-2(m\in\mathbf{R})$.

(1)当 $m=1$ 时，解不等式 $f(x)>0$；

(2)若关于 x 的不等式 $f(x)<0$ 的解集为 $\mathbf{R}$，求实数 m 的取值范围.

[解析]　(1)当 $m=1$ 时，$f(x)=3x^2+x-2$.

由 $f(x)>0$ 可得 $3x^2+x-2>0$，

解可得 $x>\frac{2}{3}$或 $x<-1$，

故不等式的解集为$\{x|x>\frac{2}{3}$或 $x<-1\}$. ··························6

(2)因为不等式 $f(x)<0$ 的解集为 $\mathbf{R}$，

所以 $3mx^2+mx-2<0$ 恒成立.

①$m=0$ 时，$-2<0$ 恒成立，符合题意，

②$m\neq0$ 时，根据二次函数的性质可知，

$$\begin{cases} m<0, \\ \Delta=m^2+24m<0, \end{cases}$$

解得$-24<m<0$，

综上可得，实数 m 的取值范围为$\{m|-24<m\leq0\}$. ··························12

19．(本小题满分 12 分)　$f(x)=(\frac{1}{3})^{ax^2-4x+3}$，$a\in\mathbf{R}$.

(1)若 $a=-1$，求 $f(x)$的单调区间；

(2)若 $f(x)$有最大值 3，求 a 的值.

[解析]　(1)当 $a=-1$ 时，$f(x)=(\frac{1}{3})^{-x^2-4x+3}$，

令 $t=-x^2-4x+3$，

由于函数 $t=-x^2-4x+3$ 在$(-\infty，-2)$上单调递增，在$(-2，+\infty)$上单调递减，

而 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^t$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减，

所以 $f(x)$在$(-\infty，-2)$上单调递减，在$(-2，+\infty)$上单调递增，

即函数 $f(x)$的单调递增区间是$(-2，+\infty)$，单调递减区间是$(-\infty，-2)$.

··························6

(2)令 $g(x)=ax^2-4x+3$，则 $f(x)=\left(\frac{1}{3}\right)^{g(x)}$，

由于 $f(x)$有最大值 3，所以 $g(x)$应有最小值-1.因此必有$\begin{cases} a>0, \\ \frac{3a-4}{a}=-1, \end{cases}$　解得 $a=1$，

即当 $f(x)$有最大值 3 时，a 的值为 1.　··························12

20．(本小题满分 12 分)已知集合 $A=\{x|x^2-6x+8<0\}$，$B=\{x|(x-a)(x-3a)<0\}$，$a\in\mathbf{R}$.

(1)若 $x\in A$ 是 $x\in B$ 的充分条件，求实数 a 的取值范围；

(2)若 $A\cap B=\varnothing$，求实数 a 的取值范围.

[解析] $A=\{x|x^2-6x+8<0\}=\{x|2<x<4\}$，

$B=\{x|(x-a)(x-3a)<0\}$.

(1)当 $a=0$ 时，$B=\varnothing$，不符合题意，

当 $a>0$ 时，$B=\{x|a<x<3a\}$，要满足题设条件，

则$\begin{cases}a\leq 2,\\3a\geq 4,\end{cases}$ 解得$\frac{4}{3}\leq a\leq 2$.

当 $a<0$ 时，$B=\{x|3a<x<a\}$，要满足题设条件，

则$\begin{cases}3a\leq 2,\\a\geq 4,\end{cases}$ 无解.

综上可知：实数 a 的取值范围为$\left\{a\left|\frac{4}{3}\leq a\leq 2\right.\right\}$. ………………………6

(2)要满足 $A\cap B=\varnothing$.

当 $a>0$ 时，$B=\{x|a<x<3a\}$，则 $a\geq 4$ 或 $3a\leq 2$，

即 $0<a\leq\frac{2}{3}$或 $a\geq 4$，

当 $a<0$ 时，$B=\{x|3a<x<a\}$，则 $a\leq 2$ 或 $3a\geq 4$，

即 $a<0$，

当 $a=0$ 时，$B=\varnothing$，满足题意.

综上可知：实数 a 的取值范围为$\left\{a\left|a\leq\frac{2}{3}\text{或}a\geq 4\right.\right\}$. ………………………12

21．(本小题满分 12 分)湖北省第二届(荆州)园林博览会于 2019 年 9 月 28 日至 11 月 28 日在荆州园博园举办，本届园林博览会以“辉煌荆楚，生态园博”为主题，展示荆州生态之美，文化之韵，吸引更多优秀企业来荆投资，从而促进荆州经济快速发展，在此博览会期间，某公司带来了一种智能设备供采购商洽谈采购，并决定大量投放荆州市场．已知该种设备年固定研发成本为 50 万元，每生产一台需另投入 80 元，设该公司一年内生产该设备 x 万台，且全部售完，且每万台的销售收入 $G(x)$(万元)与年产量 x(万台)的函数关系式近似满足 $G(x)=\begin{cases}180-2x,\ 0<x\leqslant 20,\\70+\dfrac{2\,000}{x}-\dfrac{9\,000}{x^2},\ x>20.\end{cases}$

(1)写出年利润 $W(x)$(万元)关于年产量 x(万台)的函数解析式;(年利润＝年销售收入－总成本)

(2)当年产量为多少万台时，该公司获得的利润最大？并求最大利润.

[解析]　(1)$W(x)=xG(x)-80x-50$，

∴$W(x)=\begin{cases}-2x^2+100x-50，0<x\le 20，\\ -10x-\dfrac{9\,000}{x}+1\,950，x>20.\end{cases}$ ………………………4

(2)当 $0<x\le 20$ 时，$W(x)=-2x^2+100x-50=-2(x-25)^2+1\,200$，在(0,20]上单调递增，

∴当 $x=20$ 时，$W(x)$取得最大值

$W(x)_{max}=-2\times 25+1\,200=1\,150$(万元)；

当 $x>20$ 时，$W(x)=1\,950-10x-\dfrac{9\,000}{x}$

$=1\,950-10\left(x+\dfrac{900}{x}\right)\le 1\,950-10\times 2\sqrt{x\times\dfrac{900}{x}}=1\,350.$

当且仅当 $x=\dfrac{900}{x}$，即 $x=30$ 时，等号成立.

∴$W(x)_{max}=1\,350$(万元). ………………………12

答：当年产量为 30 万台时，该公司获得的利润最大，最大利润为 1 350 万元.

22．(本小题满分 12 分)已知函数 $f(x)=x^2-2x+a$，$g(x)=ax+5-2a$.

(1)若函数 $y=f(x)$在区间$[-2,0]$上存在零点，求实数 a 的取值范围；

(2)若对任意的 $x_1\in[0,3]$，总存在 $x_2\in[0,3]$，使得 $f(x_1)=g(x_2)$成立，求实数 a 的取值范围.

[解析]　(1)因为函数 $f(x)$的对称轴是 $x=1$，

所以 $y=f(x)$在区间$[-2,0]$上是减函数，

因为函数 $y=f(x)$在区间$[-2,0]$上存在零点，

则必有$\begin{cases}f(-2)\geqslant 0，\\ f(0)\leqslant 0，\end{cases}$ 即$\begin{cases}8+a\ge 0，\\ a\le 0，\end{cases}$ 解得$-8\le a\le 0$，

故所求实数 a 的取值范围$[-8,0]$. ………………………6

(2)若对任意的 $x_1\in[0,3]$，总存在 $x_2\in[0,3]$，

使得 $f(x_1)=g(x_2)$成立，只需当 $x\in[0,3]$时函数 $y=f(x)$的函数值组成的集合为函数 $y=g(x)$的函数值组成的集合的子集，

$f(x)=x^2-2x+a$ 在区间 $x\in[0,3]$的函数值组成的集合为$[a-1，a+3]$，

①当 $a=0$ 时，$g(x)=5$ 为常数，不符合题意，舍去；

②当 $a>0$ 时，$g(x)$在区间[0,3]的值域为$[5-2a，a+5]$，所以$\begin{cases}5-2a\le a-1，\\ a+3\le a+5，\end{cases}$ 解得 $a\ge 2$.

③当 $a<0$ 时，$g(x)$在区间[0,3]的值域为$[a+5,5-2a]$，所以$\begin{cases}a+5\le a-1，\\ a+3\le 5-2a，\end{cases}$ 无解.

综上所述，实数 a 的取值范围为$[2，+\infty)$. ………………………12