昆明市五华区 2021~2022 学年上学期高一期末质量监控

数学参考答案及评分标准

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	C	D	D	C	B	A	A	ABD	BD	BC	AC

二、填空题

题号	13	14	15	16
答案	8	$\frac{\sqrt{5}}{3}$	9	2

三、解答题

17.解：

（1）$\dfrac{\sin\alpha+\cos\alpha}{\cos\alpha-\sin\alpha}=\dfrac{\tan\alpha+1}{1-\tan\alpha}=-3$．

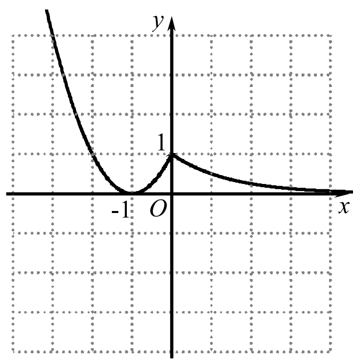
……………………………………………………………………………………………………5 分

（2）$\tan(\alpha-\dfrac{\pi}{4})=\dfrac{\tan\alpha-1}{1+\tan\alpha}=\dfrac{1}{3}$．

……………………………………………………………………………………………………10 分

18．解：

（1）



……………………………………………………………………………………………………6 分

（2）由图知，

当 $a=0$ 或 $a>1$ 时，方程有 1 解；

当 $a=1$ 时，方程有 2 解；

当 $0<a<1$ 时，方程有 3 解．

……………………………………………………………………………………………………12 分

19．解：

（1）由 $f(x)=2^x$， $x\in[-2,3]$ 得 $2^{-2}\le 2^x\le 2^3$，

则 $f(x)$ 的值域为$[\frac{1}{4},8]$，

故 $g(x)=\log_2 x$， $x\in[\frac{1}{4},8]$．

…………………………………………………………………………………………6 分

（2）由于 $g(x)$ 与 $f(x)$ 互为反函数， $g(x)$ 的值域为 $f(x)$ 的定义域$[-2,3]$，

对于函数 $y=2g(x)+[g(x)]^2$，令 $t=g(x)$，则 $y=t^2+2t$， $t\in[-2,3]$，

当 $t\in[-2,-1]$ 时， $y=t^2+2t$ 单调递减；当 $t\in[-1,3]$ 时， $y=t^2+2t$ 单调递增，

则 $t=-1$ 时， $y_{\min}=-1$， $t=3$ 时， $y_{\max}=15$，

故 $y=2g(x)+[g(x)]^2$ 的值域为$[-1,15]$．

…………………………………………………………………………………………12 分

20．解：

（1） $f(x)=\sin x\cos x-\sqrt{3}\cos^2 x=\frac{1}{2}\sin 2x-\frac{\sqrt{3}}{2}(\cos 2x+1)=\sin(2x-\frac{\pi}{3})-\frac{\sqrt{3}}{2}$

…………………………………………………………………………………………4 分

由 $f(x)=0$ 得 $\sin(2x-\frac{\pi}{3})=\frac{\sqrt{3}}{2}$，从而 $2x-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{3}+2k\pi$ 或 $\frac{2\pi}{3}+2k\pi$，

所以 $f(x)$ 的零点是 $x=\frac{\pi}{3}+k\pi$ 或 $x=\frac{\pi}{2}+k\pi\ (k\in\mathbf{Z})$．

…………………………………………………………………………………………8 分

（2）由 $\frac{\pi}{2}+2k\pi\le 2x-\frac{\pi}{3}\le\frac{3\pi}{2}+2k\pi$ 可解得 $f(x)$ 的单调递减区间为$[\frac{5\pi}{12}+k\pi,\frac{11\pi}{12}+k\pi](k\in\mathbf{Z})$．

…………………………………………………………………………………………12 分

21．解：

（1）因为 $f(x)$ 为奇函数，所以 $f(-x)=-f(x)$；因为 $g(x)$ 为偶函数，所以 $g(-x)=g(x)$．

由 $f(x)+g(x)=\mathrm{e}^x$，得 $f(-x)+g(-x)=\mathrm{e}^{-x}$，从而 $-f(x)+g(x)=\mathrm{e}^{-x}$，

由 $\begin{cases}f(x)+g(x)=\mathrm{e}^x\\-f(x)+g(x)=\mathrm{e}^{-x}\end{cases}$，解得 $f(x)=\frac{\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x}}{2}$， $g(x)=\frac{\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}}{2}$．

…………………………………………………………………………………………6 分

（2）选择①：因为 $[f(x)]^2=\frac{\mathrm{e}^{2x}+\mathrm{e}^{-2x}-2}{4}$， $[g(x)]^2=\frac{\mathrm{e}^{2x}+\mathrm{e}^{-2x}+2}{4}$，所以 $[g(x)]^2-[f(x)]^2=1$．

选择②：因为 $f(2x)=\frac{\mathrm{e}^{2x}-\mathrm{e}^{-2x}}{2}$， $f(x)g(x)=\frac{\mathrm{e}^{2x}-\mathrm{e}^{-2x}}{4}$，所以 $f(2x)=2f(x)g(x)$．

选择③：因为$g(2x)=\dfrac{e^{2x}+e^{-2x}}{2}$，$[f(x)]^2=\dfrac{e^{2x}+e^{-2x}-2}{4}$，$[g(x)]^2=\dfrac{e^{2x}+e^{-2x}+2}{4}$，

所以$g(2x)=[g(x)]^2+[f(x)]^2$．

……………………………………………………………………………………………………12 分

22．解：

（1）根据表格中的数据变化情况，应选择模型③.

……………………………………………………………………………………………………2 分

当$\dfrac{M}{m}=1$时，$k\ln 2\approx 0.69k=2.415$，故$k=3.5=\dfrac{7}{2}$，

所以$v=\dfrac{7}{2}\ln(\dfrac{M}{m}+1)$．

……………………………………………………………………………………………………6 分

（2）由题意有$V=\dfrac{2}{5}k+v=\dfrac{2}{5}\times\dfrac{7}{2}+v=1.4+v$，要使$V\geq 7.9$，则$v\geq 6.5$，

所以$v=\dfrac{7}{2}\ln(\dfrac{M}{m}+1)\geq 6.5$，故$\ln(1+\dfrac{M}{m})\geq\dfrac{6.5}{3.5}\approx 1.86$，

从而$\dfrac{M}{m}\geq e^{1.86}-1\approx 5.42$，

所以第二级火箭的最少燃料质量$M=5.42m=135.5$（吨）.

……………………………………………………………………………………………………12 分