2022年云南省第一次高中毕业生复习统一检测

理科数学参考答案及评分标准

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。

1．C	2．A	3．C	4．B	5．B	6．D
7．C	8．D	9．A	10．B	11．B	12．D

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．16； 14． 20； 15．$18\sqrt{3}$； 16．$-\dfrac{2}{3}$.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分。

17.（12 分）

解：依据题意得：

$\overline{x}=\dfrac{1+2+3+4+5}{5}=3$，

$\overline{y}=\dfrac{2+4+4+7+8}{5}=5$，…………………………………………………………2 分

$\sum\limits_{i=1}^{5}(x_i-\overline{x})^2=(-2)^2+(-1)^2+0^2+1^2+2^2=10$，

$\sum\limits_{i=1}^{5}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})=(-2)\times(-3)+(-1)\times(-1)+0\times(-1)+1\times2+2\times3$

$=15$，…………………………………………………………………………………6 分

$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}=\dfrac{15}{10}=\dfrac{3}{2}$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\,\overline{x}=5-\dfrac{3}{2}\times3=\dfrac{1}{2}$.

∴所求回归方程为 $\hat{y}=\dfrac{3}{2}x+\dfrac{1}{2}$.…………………………………………………9 分

当 $x=7$ 时，$\hat{y}=\dfrac{3}{2}\times7+\dfrac{1}{2}=11$.

所以预测该校 2023 年的毕业生中，去从事大学生村官工作的人数大约为11人.…12 分

18．（12 分）

解：（1）$\because 4a_n-2S_n-3^n+1=0$，

$\therefore 2S_n=4a_n-3^n+1$.

$\therefore 2S_{n+1}=4a_{n+1}-3^{n+1}+1$.

$\because$数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，

$\therefore 2S_{n+1}-2S_n=2(S_{n+1}-S_n)=2a_{n+1}=4a_{n+1}-3^{n+1}+1-4a_n+3^n-1$. ………… 2 分

$\therefore a_{n+1}-3^{n+1}=2(a_n-3^n)$.

$\therefore a_n-3^n=(a_1-3)\times 2^{n-1}$.

当$n=1$时，由$4a_n-2S_n-3^n+1=0$和$S_1=a_1$得$4a_1-2S_1-3+1=4a_1-2a_1-2=0$，

解方程得$a_1=1$.

$\therefore a_n-3^n=(a_1-3)\times 2^{n-1}=-2\times 2^{n-1}=-2^n$.

$\therefore$数列$\{a_n-3^n\}$的通项公式为$a_n-3^n=-2^n$.……………………………………6 分

（2）由（1）知：$a_n-3^n=-2^n$.

$\therefore b_n=a_n-3^n+\log_2|a_n-3^n|=-2^n+\log_2 2^n=n-2^n$.…………………………8 分

$\therefore b_{2n-1}=2n-1-2^{2n-1}$.

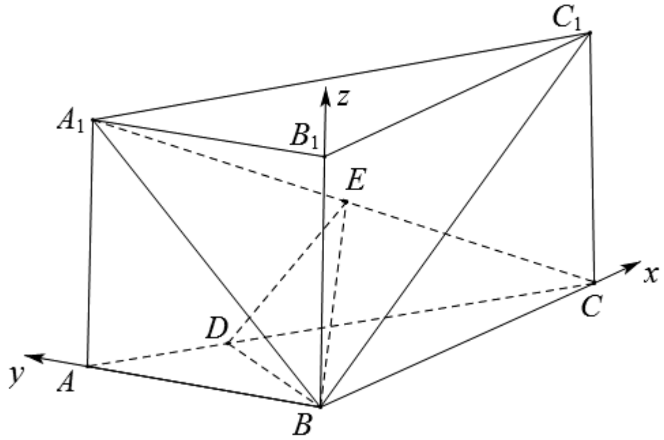
$\therefore T_n=[1+3+\cdots+(2n-1)]-(2+2^3+2^5+\cdots+2^{2n-1})$ …………………………10 分

$$=\frac{(1+2n-1)n}{2}-\frac{2(1-2^{2n})}{1-2^2}$$

$=n^2+\dfrac{2}{3}-\dfrac{2^{2n+1}}{3}$.…………………………………………………………12 分

19．（12 分）

（1）证明：由已知得 AB 、BC 、BB_1 两两互相垂直，分别以射线 BC ，BA ，BB_1 为 x 轴正半轴，y 轴正半轴，z 轴正半轴建立如图所示的空间直角坐标系 $B-xyz$ ，



设 $AB=a$ ，由 $A_1A=AB=\frac{\sqrt{2}}{2}BC$ 得 $B(0,0,0)$ ， $C(\sqrt{2}a,0,0)$ ，$C_1(\sqrt{2}a,0,a)$ ，

$A_1(0,a,a)$ ，$E(\frac{\sqrt{2}a}{2},\frac{a}{2},\frac{a}{2})$ ，$\overrightarrow{BE}=(\frac{\sqrt{2}a}{2},\frac{a}{2},\frac{a}{2})$ ，$\overrightarrow{A_1C}=(\sqrt{2}a,\ -a,-a)$.

$\because \overrightarrow{A_1C}\cdot\overrightarrow{BE}=\sqrt{2}a\times\frac{\sqrt{2}a}{2}+(-a)\times\frac{a}{2}+(-a)\times\frac{a}{2}=0$,

$\therefore$ $\overrightarrow{A_1C}\perp\overrightarrow{BE}$,即 $A_1C\perp BE$. ……………………………………………………………4 分

又$\because$ $BE\subset$ 平面 EBD ，$DE\subset$ 平面 EBD ，$BE\cap DE=E$ ，$A_1C\perp ED$ ，

$\therefore$ $A_1C\perp$ 平面 EBD . ……………………………………………………………………6 分

（2）解：由（1）知：$\overrightarrow{A_1C}=(\sqrt{2}a,\ -a,-a)$ 是平面 EBD 的一个法向量，

$\overrightarrow{BA_1}=(0,a,a)$ ，$\overrightarrow{BC_1}=(\sqrt{2}a,0,a)$.

设平面 A_1BC_1 的一个法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$ ，则 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{BA_1}=x\times0+ay+az=0,\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{BC_1}=\sqrt{2}ax+y\times0+az=0.\end{cases}$

取 $z=1$，得 $x=-\frac{\sqrt{2}}{2},y=-1$.

$\therefore$ $\vec{n}=(-\frac{\sqrt{2}}{2},-1,1)$ 是平面 A_1BC_1 的一个法向量.………………………………9 分

设平面 A_1BC_1 与平面 EBD 所成二面角的平面角大小为 θ，则 $0<\theta<\pi$，且

$$|\cos\theta|=\frac{|\overrightarrow{A_1C}\cdot\vec{n}|}{|\overrightarrow{A_1C}||\vec{n}|}=\frac{a}{\sqrt{\frac{10}{4}}\times\sqrt{4}a}=\frac{\sqrt{10}}{10}.\ \therefore \sin\theta=\frac{3\sqrt{10}}{10}.$$

∴平面 A_1BC_1 与平面 EBD 所成二面角的正弦值为 $\frac{3\sqrt{10}}{10}$.……………………12 分

20.（12 分）

（1）解：∵ $f(x)=(2a+1)x^2-2x^2\ln x-4$，

∴ $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，$f'(x)=4x(a-\ln x)$.……………………………2 分

∵当 $0<x<\mathrm{e}^a$ 时，$f'(x)>0$，

∴ $f(x)$ 在 $(0,\mathrm{e}^a)$ 上是增函数；

∵当 $x>\mathrm{e}^a$ 时，$f'(x)<0$，

∴ $f(x)$ 在 $(\mathrm{e}^a,+\infty)$ 上是减函数.

∴ $f(x)$ 的单调递增区间为 $(0,e^a]$；单调递减区间为 $[e^a,+\infty)$. ……………4 分

（2）证明：充分性.

由（1）知，当 $x=e^a$ 时，$f(x)$ 取得最大值，

即 $f(x)$ 的最大值为 $f(e^a)=e^{2a}-4$.………………………………………………6 分

由 $f(x)$ 有两个零点，得 $e^{2a}-4>0$，解得 $a>\ln 2$.

∴ $a>\ln 2$. ……………………………………………………………………………8 分

下面证必要性.

∵ $a>\ln 2$，∴ $e^{2a}>4$. ∴ $f(e^a)=e^{2a}-4>0$.

∵ $a>\ln 2>0$，$\forall x>0$，$e^x>x+1$，∴ $e^{2a}>2a+1>2a$.

∴ $f(e^{-a})=e^{-2a}(4a+1)-4=\frac{4a+1}{e^{2a}}-4<\frac{4a+1}{2a}-4=\frac{1}{2a}-2<\frac{1}{2\ln 2}-2=\frac{1}{\ln 4}-2<0$.

$\therefore \exists x_1 \in (e^{-a},\ e^{a})$，使 $f(x_1)=0$；……………………………………………………10 分

又$\because$ $f(e^{a+1}) = -e^{2a+2} - 4 < 0$，$\therefore \exists x_2 \in (e^{a},\ e^{a+1})$，使 $f(x_2)=0$.

$\because$ $f(x)$ 在 $(0,e^{a}]$ 上单调递增，在 $[e^{a},+\infty)$ 上单调递减，

$\therefore \forall x$，$x \neq x_1$ 且 $x \neq x_2$，易得 $f(x) \neq 0$.

$\therefore$ 当 $a > \ln 2$ 时，$f(x)$ 有两个零点.……………………………………………………12 分

21.（12 分）

解：（1）$\because F_1(-6,0)$，$F_2(6,0)$，$\therefore |F_1F_2| = 12 < 18$.

又$\because$动点 C 与 F_1、F_2 两点的距离之和为 18，

$\therefore$动点 C 的轨迹是以 F_1、F_2 为焦点，长轴长为 18 的椭圆.

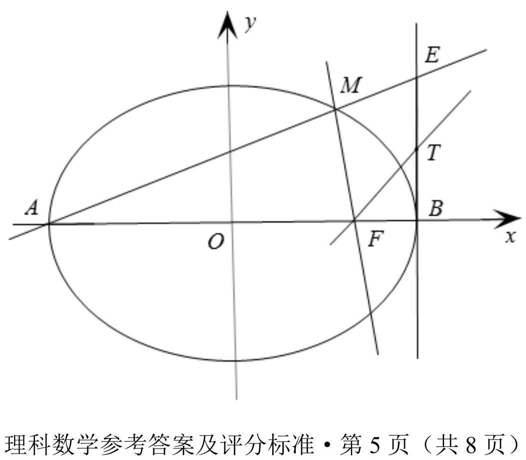
设 $C(x_0,y_0)$，则 $\dfrac{x_0^2}{81}+\dfrac{y_0^2}{45}=1$.……………………………………………………2 分

设 $D(x,y)$，由 $\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DF_1}+\overrightarrow{DF_2}=\vec{0}$ 得 $\begin{cases} x_0 = 3x, \\ y_0 = 3y. \end{cases}$

$\therefore \dfrac{9x^2}{81}+\dfrac{9y^2}{45}=1$ 即 $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{5}=1$.

$\therefore$动点 D 的轨迹方程为 $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{5}=1$.……………………………………………4 分

（2）存在 k，使 P 的纵坐标为 0，且 k 的取值范围为 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$.



由已知得 $A(-3,0)$， $B(3,0)$， $k\neq 0$，直线 AM 的方程为 $y=k(x+3)$.

由$\begin{cases} y=k(x+3), \\ \dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{5}=1 \end{cases}$得 $(5+9k^2)x^2+54k^2x+81k^2-45=0$.

$\therefore \Delta=(54k^2)^2-4(5+9k^2)(81k^2-45)=900>0$. ······························6 分

由已知得 $-3x_M=\dfrac{81k^2-45}{5+9k^2}$，解得 $x_M=\dfrac{15-27k^2}{5+9k^2}$.

$\therefore y_M=k(\dfrac{15-27k^2}{5+9k^2}+3)=\dfrac{30k}{5+9k^2}$.

$\therefore M(\dfrac{15-27k^2}{5+9k^2},\dfrac{30k}{5+9k^2})$.

解$\begin{cases} y=k(x+3), \\ x=3 \end{cases}$得$\begin{cases} x=3, \\ y=6k. \end{cases}$

$\therefore E(3,\ 6k)$.

由 BE 的中点为 T，得 $T(3,3k)$.··9 分

$\therefore \overrightarrow{FB}=(1,0)$，$\overrightarrow{FT}=(1,3k)$，$\overrightarrow{FM}=(\dfrac{5-45k^2}{5+9k^2},\dfrac{30k}{5+9k^2})=\dfrac{5}{5+9k^2}(1-9k^2,6k)$.

$\because \cos<\overrightarrow{FB},\overrightarrow{FT}>=\dfrac{\overrightarrow{FB}\cdot\overrightarrow{FT}}{|\overrightarrow{FB}||\overrightarrow{FT}|}=\dfrac{1}{\sqrt{1+9k^2}}$，

$\cos<\overrightarrow{FM},\overrightarrow{FT}>=\dfrac{\overrightarrow{FM}\cdot\overrightarrow{FT}}{|\overrightarrow{FM}||\overrightarrow{FT}|}=\dfrac{1-9k^2+18k^2}{\sqrt{1+9k^2}\times\sqrt{(1-9k^2)^2+36k^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{1+9k^2}}$，

$\therefore \cos<\overrightarrow{FB},\overrightarrow{FT}>=\cos<\overrightarrow{FM},\overrightarrow{FT}>$.

又$\because 0\le<\overrightarrow{FB},\overrightarrow{FT}>\le\pi$， $0\le<\overrightarrow{FM},\overrightarrow{FT}>\le\pi$，

$\therefore <\overrightarrow{FB},\overrightarrow{FT}>=<\overrightarrow{FM},\overrightarrow{FT}>$.

$\therefore \angle MFT=\angle BFT$，即 FT 平分 $\angle MFB$.

∴直线 FM 与直线 FB 关于直线 FT 对称.……………………………………11 分

∴点 P 在直线 FB 上，即点 P 在 x 轴上.

∴ $\forall k \neq 0$，P 的纵坐标为0. ………………………………………………12 分

22.（10 分）选修$4-4$：坐标系与参数方程

解：（1）曲线C的极坐标方程为$\rho = 4\sin\theta$. ……………………………………………4 分

（2）当$\beta \in (0, \frac{\pi}{2})$时，

将$\theta = \beta$代入$\rho = 4\sin\theta$得$\rho = 4\sin\beta$，即$|OA| = 4\sin\beta$.

将$\theta = \beta + \frac{\pi}{3}$代入$\rho = 4\sin\theta$得$\rho = 4\sin(\beta + \frac{\pi}{3}) = 2\sin\beta + 2\sqrt{3}\cos\beta$，

即$|OB| = 2\sin\beta + 2\sqrt{3}\cos\beta$.

∴ $|OA| + |OB| = 6\sin\beta + 2\sqrt{3}\cos\beta = 4\sqrt{3}\sin(\beta + \frac{\pi}{6})$.………………………………8 分

∵ $\beta \in (0, \frac{\pi}{2})$，

∴ $\frac{\pi}{6} < \beta + \frac{\pi}{6} < \frac{2\pi}{3}$.

∴ $\frac{1}{2} < \sin(\beta + \frac{\pi}{6}) \leq 1$，$2\sqrt{3} < 4\sqrt{3}\sin(\beta + \frac{\pi}{6}) \leq 4\sqrt{3}$.

∴ $|OA| + |OB|$的取值范围为$(2\sqrt{3}, 4\sqrt{3}]$. ………………………………… 10 分

23.（10 分）选修$4-5$：不等式选讲

（1）证明：∵ $f(x) = |x+1| + |x-2| \geq |(x+1) - (x-2)| = 3$，且$f(2) = 3$，

∴ $f(x)$的最小值为3. ……………………………………………………………2 分

∵ $g(x) = |x+2| - |x-1| \leq |(x+2) - (x-1)| = 3$，且$g(2) = 3$，

∴ $g(x)$的最大值为3.

∴ $\forall x \in (-\infty, +\infty)$，$f(x) \geq g(x)$，即$f(x) - g(x) \geq 0$. ……………………4 分

（2）解：由（1）知：$\forall x \in (-\infty, +\infty)$，$f(x)$ 的最小值为 3，$g(x)$ 的最大值为 3.

根据已知设 x_0 是 $f(x) \le a \le g(x)$ 的一个解，则 $3 \le f(x_0) \le a \le g(x_0) \le 3$.

$\therefore a = 3$，$2m + n = 3$.……………………………………………………5 分

$\because m > 0$，$n \ge 0$，$m + (m+n) \ge 2\sqrt{m(m+n)}$，$\dfrac{1}{m} + \dfrac{1}{m+n} \ge 2\sqrt{\dfrac{1}{m} \times \dfrac{1}{m+n}}$，

$\therefore \dfrac{1}{m} + \dfrac{1}{m+n} = \dfrac{1}{3} \times (2m+n)(\dfrac{1}{m} + \dfrac{1}{m+n})$

$= \dfrac{1}{3}[m + (m+n)](\dfrac{1}{m} + \dfrac{1}{m+n}) \ge \dfrac{4}{3}$.…………………………………………9 分

当 $m = \dfrac{3}{2}$，$n = 0$ 时，$\dfrac{1}{m} + \dfrac{1}{m+n} = \dfrac{4}{3}$.

$\therefore \dfrac{1}{m} + \dfrac{1}{m+n}$ 的最小值为 $\dfrac{4}{3}$.……………………………………………10 分

请注意：以上参考答案与评分标准仅供阅卷时参考，其他答案请参考评分标准酌情给分.