2022年云南省第一次高中毕业生复习统一检测

文科数学参考答案及评分标准

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分。

1．A	2．C	3．C	4．D	5．B	6．D
7．B	8．C	9．A	10．B	11．D	12．B

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分。

13．14；　　14．10；　　15．21π；　　16．$\dfrac{2}{3}$．

三、解答题：本大题共6小题，共70分。

17．（12分）

解：依据题意得：

$\bar{x}=\dfrac{1+2+3+4+5}{5}=3$，

$\bar{y}=\dfrac{2+4+4+7+8}{5}=5$，……………………………………………………………2分

$\sum\limits_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})^2=(-2)^2+(-1)^2+0^2+1^2+2^2=10$，

$\sum\limits_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=(-2)\times(-3)+(-1)\times(-1)+0\times(-1)+1\times2+2\times3$

$=15$，…………………………………………………………………………………6分

$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}=\dfrac{15}{10}=\dfrac{3}{2}$，$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\,\bar{x}=5-\dfrac{3}{2}\times3=\dfrac{1}{2}$．

∴所求回归方程为$\hat{y}=\dfrac{3}{2}x+\dfrac{1}{2}$．…………………………………………………9分

当$x=7$时，$\hat{y}=\dfrac{3}{2}\times7+\dfrac{1}{2}=11$．

所以预测该校2023年的毕业生中，去从事大学生村官工作的人数大约为11人.…12分

18．（12 分）

解：（1）$\because$ a_n 是 a_{n+1} 与 -3^n 的等差中项，

$\therefore 2a_n = a_{n+1} - 3^n$． $\therefore a_{n+1} = 2a_n + 3^n$．………………………………………… 2 分

$\therefore a_{n+1} - 3^{n+1} = 2(a_n - 3^n)$，即 $b_{n+1} = 2b_n$．

$\therefore b_n = b_1 2^{n-1} = (a_1 - 3) \times 2^{n-1} = -2^n$．

$\therefore$ 数列 $\{ b_n \}$ 的通项公式为 $b_n = -2^n$．……………………………………… 6 分

（2）由（1）知：$b_n = -2^n$．

$\therefore c_n = n - 2^n$．…………………………………………………………………… 8 分

$\therefore c_{2n-1} = 2n - 1 - 2^{2n-1}$．

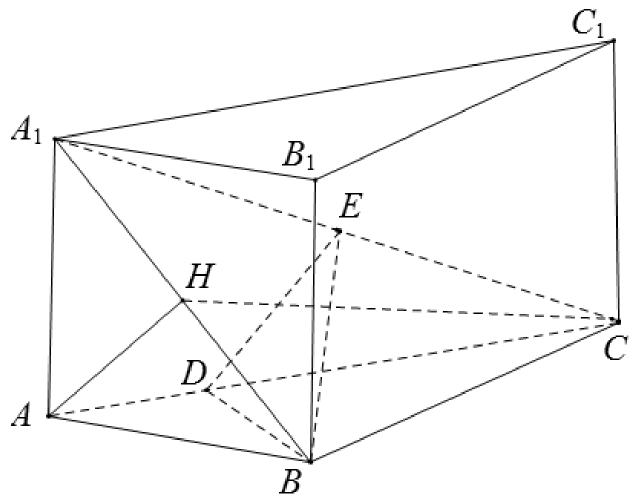
$\therefore T_n = [1 + 3 + \cdots + (2n-1)] - (2 + 2^3 + 2^5 + \cdots + 2^{2n-1})$ ……………………10 分

$= \dfrac{(1+2n-1)n}{2} - \dfrac{2(1-2^{2n})}{1-2^2}$

$= n^2 + \dfrac{2}{3} - \dfrac{2^{2n+1}}{3}$． ……………………………………………………12 分

19．（12 分）

（1）证明：连接 A_1B．设 $AB = a$，由 $A_1A = AB = \dfrac{\sqrt{2}}{2}BC$ 得 $A_1A = a$，$BC = \sqrt{2}a$．



由三棱柱 $A_1B_1C_1-ABC$ 是直三棱柱得 $A_1B=\sqrt{A_1A^2+AB^2}=\sqrt{2}a$.

$\therefore A_1B=BC$.

$\because E$ 是 A_1C 的中点，

$\therefore A_1C\perp EB$. ··4 分

又$\because A_1C\perp ED$， $EB\cap ED=E$， $EB\subset$平面 EBD， $ED\subset$平面 EBD，

$\therefore A_1C\perp$平面 EBD. ··6 分

（2）解：根据题意知直线CD与平面BCE所成的角与直线CA与平面A_1BC所成的角相同.

设 A_1B 的中点为 H，连接 AH、CH．由 $A_1A=AB$ 得 $AH\perp A_1B$.

$\therefore AH=\dfrac{\sqrt{2}}{2}AB=\dfrac{\sqrt{2}}{2}a$.

$\because$三棱柱 $A_1B_1C_1-ABC$ 是直三棱柱，$\therefore$侧棱 $B_1B\perp$底面 ABC.

$\because BC\subset$底面 ABC，$\therefore B_1B\perp BC$.

又$\because AB\perp BC$，$AB\cap B_1B=B$，$AB\subset$平面 ABB_1A_1， $B_1B\subset$平面 ABB_1A_1，

$\therefore BC\perp$平面 ABB_1A_1.

由 $BC\subset$平面 A_1BC 得平面 $A_1BC\perp$平面 ABB_1A_1.

再由平面 $A_1BC\cap$平面 $ABB_1A_1=A_1B$， $AH\subset$平面 A_1BC，

$AH\perp A_1B$ 得 $AH\perp$平面 A_1BC.

$\therefore CH$ 是 CA 在平面 A_1BC 内的射影.

$\therefore\angle ACH$ 是 CA 与平面 A_1BC 所成的角. ··9 分

由已知得 $\sin\angle ACH=\dfrac{AH}{AC}=\dfrac{\frac{\sqrt{2}}{2}a}{\sqrt{3}a}=\dfrac{\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{6}$.

$\therefore$直线 CD 与平面 BCE 所成角的正弦值为$\dfrac{\sqrt{6}}{6}$.···12 分

20．（12 分）

（1）解：∵ $f(x)=(2a+1)x^2-2x^2\ln x-4$，

∴ $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$， $f'(x)=4x(a-\ln x)$．……………………………2 分

∵当 $0<x<\mathrm{e}^a$ 时， $f'(x)>0$，

∴ $f(x)$ 在 $(0,\mathrm{e}^a)$ 上是增函数；

∵当 $x>\mathrm{e}^a$ 时， $f'(x)<0$，

∴ $f(x)$ 在 $(\mathrm{e}^a,+\infty)$ 上是减函数．

∴ $f(x)$ 的单调递增区间为 $(0,e^a]$；单调递减区间为 $[e^a,+\infty)$．………………4 分

（2）证明：充分性．

由（1）知，当 $x=e^a$ 时， $f(x)$ 取得最大值，

即 $f(x)$ 的最大值为 $f(e^a)=e^{2a}-4$． ……………………………………………………6 分

由 $f(x)$ 有两个零点，得 $e^{2a}-4>0$，解得 $a>\ln 2$．

∴ $a>\ln 2$． ………………………………………………………………………8 分

下面证必要性．

∵ $a>\ln 2$，∴ $e^{2a}>4$． ∴ $f(e^a)=e^{2a}-4>0$．

∵ $a>\ln 2>0$， $\forall x>0$， $e^x>x+1$，∴ $e^{2a}>2a+1>2a$．

∴ $f(e^{-a})=e^{-2a}(4a+1)-4=\dfrac{4a+1}{e^{2a}}-4<\dfrac{4a+1}{2a}-4=\dfrac{1}{2a}-2<\dfrac{1}{2\ln 2}-2=\dfrac{1}{\ln 4}-2<0$．

∴ $\exists x_1\in(e^{-a},e^a)$，使 $f(x_1)=0$； ……………………………………………10 分

又∵ $f(e^{a+1})=-e^{2a+2}-4<0$，∴ $\exists x_2\in(e^a,e^{a+1})$，使 $f(x_2)=0$．

∵ $f(x)$ 在 $(0,e^a]$ 上单调递增，在 $[e^a,+\infty)$ 上单调递减，

∴ $\forall x$， $x\neq x_1$ 且 $x\neq x_2$，易得 $f(x)\neq 0$．

∴当 $a>\ln 2$ 时， $f(x)$ 有两个零点．……………………………………………12 分

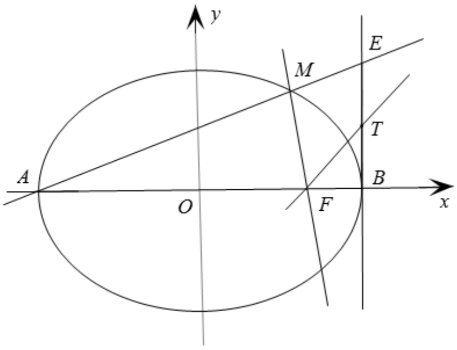
21．（12 分）

解：（1）设椭圆C的方程为$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，由抛物线$y^2=-8x$的准线经过椭圆$C$ 的一个焦点F得$F(2,0)$.

根据已知得$\begin{cases}c=2,\\ \frac{c}{a}=\frac{2}{3},\\ a^2=b^2+c^2,\end{cases}$ 解方程组得$\begin{cases}c=2,\\ b=\sqrt{5},\\ a=3.\end{cases}$

∴椭圆C的方程为$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$. ··4 分

（2）存在k，使P的纵坐标为0，且k的取值范围为$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$.



由已知得$A(-3,0)$，$B(3,0)$，$k\neq 0$，直线AM 的方程为$y=k(x+3)$.

由$\begin{cases}y=k(x+3),\\ \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1\end{cases}$得$(5+9k^2)x^2+54k^2x+81k^2-45=0$.

∴$\Delta=(54k^2)^2-4(5+9k^2)(81k^2-45)=900>0$.·······························6 分

由已知得$-3x_M=\frac{81k^2-45}{5+9k^2}$，解得$x_M=\frac{15-27k^2}{5+9k^2}$.

∴$y_M=k(\frac{15-27k^2}{5+9k^2}+3)=\frac{30k}{5+9k^2}$. ∴$M(\frac{15-27k^2}{5+9k^2},\frac{30k}{5+9k^2})$.

解$\begin{cases}y=k(x+3),\\ x=3\end{cases}$得$\begin{cases}x=3,\\ y=6k.\end{cases}$ ∴$E(3,\ 6k)$.

由BE 的中点为T，得$T(3,3k)$.··9 分

∴$\overrightarrow{FB}=(1,0)$，$\overrightarrow{FT}=(1,3k)$，$\overrightarrow{FM}=(\frac{5-45k^2}{5+9k^2},\frac{30k}{5+9k^2})=\frac{5}{5+9k^2}(1-9k^2,6k)$.

$\because \cos <\overrightarrow{FB}, \overrightarrow{FT}>=\dfrac{\overrightarrow{FB}\cdot\overrightarrow{FT}}{|\overrightarrow{FB}||\overrightarrow{FT}|}=\dfrac{1}{\sqrt{1+9k^2}}$，

$\cos <\overrightarrow{FM}, \overrightarrow{FT}>=\dfrac{\overrightarrow{FM}\cdot\overrightarrow{FT}}{|\overrightarrow{FM}||\overrightarrow{FT}|}=\dfrac{1-9k^2+18k^2}{\sqrt{1+9k^2}\times\sqrt{(1-9k^2)^2+36k^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{1+9k^2}}$，

$\therefore \cos <\overrightarrow{FB}, \overrightarrow{FT}> = \cos <\overrightarrow{FM}, \overrightarrow{FT}>$.

又$\because 0\le <\overrightarrow{FB}, \overrightarrow{FT}>\le\pi$，$0\le <\overrightarrow{FM}, \overrightarrow{FT}>\le\pi$，$\therefore <\overrightarrow{FB}, \overrightarrow{FT}> = <\overrightarrow{FM}, \overrightarrow{FT}>$.

$\therefore \angle MFT=\angle BFT$，即 FT 平分 $\angle MFB$.

$\therefore$直线 FM 与直线 FB 关于直线 FT 对称.……………………………………11 分

$\therefore$点 P 在直线 FB 上，即点 P 在 x 轴上.

$\therefore \forall k\ne 0$，$P$ 的纵坐标为0. ………………………………………………12 分

22.（10 分）选修$4-4$：坐标系与参数方程

解：（1）曲线C的极坐标方程为$\rho=4\sin\theta$. ………………………………………4 分

（2）当$\beta\in(0,\dfrac{\pi}{2})$时，

将$\theta=\beta$代入$\rho=4\sin\theta$得$\rho=4\sin\beta$，即$|OA|=4\sin\beta$.

将$\theta=\beta+\dfrac{\pi}{3}$代入$\rho=4\sin\theta$得$\rho=4\sin(\beta+\dfrac{\pi}{3})=2\sin\beta+2\sqrt{3}\cos\beta$，

即$|OB|=2\sin\beta+2\sqrt{3}\cos\beta$.

$\therefore |OA|+|OB|=6\sin\beta+2\sqrt{3}\cos\beta=4\sqrt{3}\sin(\beta+\dfrac{\pi}{6})$.……………………………8 分

$\because \beta\in(0,\dfrac{\pi}{2})$，

$\therefore \dfrac{\pi}{6}<\beta+\dfrac{\pi}{6}<\dfrac{2\pi}{3}$.

$\therefore \dfrac{1}{2}<\sin(\beta+\dfrac{\pi}{6})\le 1$，$2\sqrt{3}<4\sqrt{3}\sin(\beta+\dfrac{\pi}{6})\le 4\sqrt{3}$.

$\therefore |OA|+|OB|$的取值范围为$(2\sqrt{3}, 4\sqrt{3}]$. ……………………………… 10 分

23．（10分）选修4－5：不等式选讲

（1）证明：$\because f(x)=|x+1|+|x-2|\geq|(x+1)-(x-2)|=3$，且 $f(2)=3$，

$\therefore f(x)$ 的最小值为 3.……………………………………………………………………2分

$\because g(x)=|x+2|-|x-1|\leq|(x+2)-(x-1)|=3$，且 $g(2)=3$，

$\therefore g(x)$ 的最大值为 3.

$\therefore \forall x\in(-\infty,+\infty)$，$f(x)\geq g(x)$，即 $f(x)-g(x)\geq 0$. ……………………………4分

（2）解：由（1）知：$\forall x\in(-\infty,+\infty)$，$f(x)$ 的最小值为 3，$g(x)$ 的最大值为 3.

根据已知设 x_0 是 $f(x)\leq a\leq g(x)$ 的一个解，则 $3\leq f(x_0)\leq a\leq g(x_0)\leq 3$.

$\therefore a=3$，$2m+n=3$.……………………………………………………………………5分

$\because m>0$，$n\geq 0$，$m+(m+n)\geq 2\sqrt{m(m+n)}$，$\dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{m+n}\geq 2\sqrt{\dfrac{1}{m}\times\dfrac{1}{m+n}}$，

$\therefore \dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{m+n}=\dfrac{1}{3}\times(2m+n)(\dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{m+n})$

$=\dfrac{1}{3}[m+(m+n)](\dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{m+n})\geq\dfrac{4}{3}$.……………………………………………9分

当 $m=\dfrac{3}{2}$，$n=0$ 时，$\dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{m+n}=\dfrac{4}{3}$.

$\therefore \dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{m+n}$ 的最小值为 $\dfrac{4}{3}$.……………………………………………………10分

请注意：以上参考答案与评分标准仅供阅卷时参考，其他答案请参考评分标准酌情给分.