

## 平行高一数学参考答案

1-10 DCBBA CAABC 11. BCD 12. AC

13.  $[-2,1) \cup (1,2]$

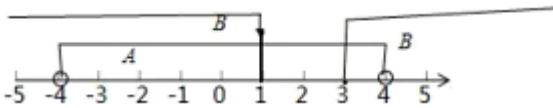
14.  $\frac{b+x}{a+x} > \frac{b}{a}$

15. 0 或 -2

16.  $-2 < m < 4$

17. (1)  $A \cap B = \{x | -4 < x \leq 1 \text{ 或 } 3 \leq x < 4\}$ ; (2)  $(C_U A) \cap B = \{x | x \leq -4 \text{ 或 } x \geq 4\}$ ;

解: 由题意画出数轴:



(1)  $A \cap B = \{x | -4 < x \leq 1 \text{ 或 } 3 \leq x < 4\}$ ,

(2)  $\because A = \{x | -4 < x < 4\}$ ,  $\therefore C_U A = \{x | x \leq -4 \text{ 或 } x \geq 4\}$ ,

$\therefore (C_U A) \cap B = \{x | x \leq -4 \text{ 或 } x \geq 4\}$

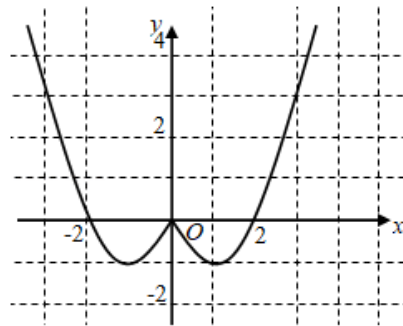
18. (1) 图像见解析,  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x, & x \leq 0 \\ x^2 - 2x, & x > 0 \end{cases}$ ;

(2)  $\{\frac{1}{2}\} \cup (-\infty, 0)$ .

解: (1) 函数图象如图所示:

根据图象可知解析式为:

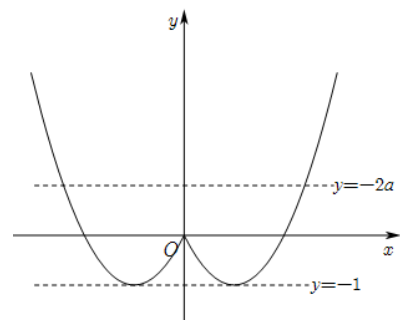
$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x, & x \leq 0 \\ x^2 - 2x, & x > 0 \end{cases}$$



(2) 根据图象可知  $-2a > 0$  或  $-2a = -1$  时,

$y = f(x)$  与  $y = -2a$  有两个交点:

$\therefore$  方程  $f(x) + 2a = 0$  有两个解,  $a$  的范围是:  $\{\frac{1}{2}\} \cup (-\infty, 0)$ .



19. (1)  $A \cup B = \{x | -2 \leq x < 8\}$

(2) 选①  $a \leq -5$  或  $-1 \leq a \leq 1$ . 选②③  $a \leq -3$  或  $a \geq 7$ .

解: (1) 当  $a = 2$  时,  $A = \{x | a - 1 < x < 2a + 4\} = \{x | 1 < x < 8\}$ ,

$$B = \{x | x^2 - 4x - 12 \leq 0\} = \{x | -2 \leq x \leq 6\},$$

所以  $A \cup B = \{x | -2 \leq x < 8\}$ ;

(2) 选①,

因为  $A \cap B = A$ , 所以  $A \subseteq B$ ,

当  $A = \emptyset \subseteq B$  时,  $a - 1 \geq 2a + 4$ , 解得  $a \leq -5$ ;

当  $A \neq \emptyset$  时, 因为  $A \subseteq B$ ,

$$\text{所以 } \begin{cases} a - 1 < 2a + 4 \\ a - 1 \geq -2 \\ 2a + 4 \leq 6 \end{cases}, \text{ 解得 } -1 \leq a \leq 1,$$

综上所述,  $a \leq -5$  或  $-1 \leq a \leq 1$ .

选②,

因为  $A \cap (\complement_R B) = A$ , 所以  $A \subseteq \complement_R B$ ,  $\complement_R B = \{x | x < -2 \text{ 或 } x > 6\}$ ,

当  $A = \emptyset$  时,  $a - 1 \geq 2a + 4$ , 解得  $a \leq -5$ , 符合题意;

当  $A \neq \emptyset$  时, 因为  $A \subseteq \complement_R B$ ,

$$\text{所以 } \begin{cases} a - 1 < 2a + 4 \\ a - 1 \geq 6 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a - 1 < 2a + 4 \\ 2a + 4 \leq -2 \end{cases}, \text{ 解得 } a \geq 7 \text{ 或 } -5 < a \leq -3,$$

综上所述,  $a \leq -3$  或  $a \geq 7$ .

选③,

当  $A = \emptyset$  时,  $a - 1 \geq 2a + 4$ , 解得  $a \leq -5$ , 符合题意;

当  $A \neq \emptyset$  时, 因为  $A \cap B = \emptyset$ ,

$$\text{所以 } \begin{cases} a - 1 < 2a + 4 \\ a - 1 \geq 6 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a - 1 < 2a + 4 \\ 2a + 4 \leq -2 \end{cases}, \text{ 解得 } a \geq 7 \text{ 或 } -5 < a \leq -3,$$

综上所述,  $a \leq -3$  或  $a \geq 7$ .

20. (1)  $\frac{4}{3}$ ; (2) 证明见解析.

解: (1): 因为  $a+b=3ab$ , 所以  $\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) = 1$

$$\text{所以 } a+b = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) (a+b) = \frac{1}{3} \left(2 + \frac{b}{a} + \frac{a}{b}\right) \geq \frac{1}{3} \left(2 + 2\sqrt{\frac{b}{a} \cdot \frac{a}{b}}\right) = \frac{4}{3}$$

当且仅当  $\frac{b}{a} = \frac{a}{b}$ , 即  $a=b=\frac{2}{3}$  时等号成立

所以  $a+b$  的最小值为  $\frac{4}{3}$

(2) 证明: 因为  $a > 0, b > 0$ , 所以要证  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq \frac{8}{9ab}$ , 需证  $a^2 + b^2 \geq \frac{8}{9}$

$$\text{因为 } a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$$

$$= (a+b)^2 - \frac{2(a+b)}{3}$$

令  $t = a+b$ , 由(1)得  $t \geq \frac{4}{3}$

$$a^2 + b^2 = t^2 - \frac{2t}{3} = \left(t - \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{9}$$

易得当  $t = \frac{4}{3}$  时,  $t^2 - \frac{2t}{3}$  取得最小值  $\frac{8}{9}$

即  $a^2 + b^2 \geq \frac{8}{9}$ , 命题得证

$$21. (1) S_2 = -x^2 + ax, \quad 0 < x < a; \quad S_3 = -\frac{3\sqrt{3}}{8}x^2 + \frac{\sqrt{3}}{2}ax, \quad 0 < x < a.$$

(2) 农户应该选择方案三, 理由见解析.

解: (1) 对于方案乙, 当  $AC = x$  时,  $BC = (a-x)m$ ,

所以矩形  $OACB$  的面积  $S_2 = x(a-x) = -x^2 + ax, \quad 0 < x < a$ ;

对于方案丙, 当  $AC = x$  时,  $BC = (a-x)m$ , 由于  $\angle OAC = 60^\circ$

所以  $OA = a - x + \frac{1}{2}x = a - \frac{1}{2}x, OB = \frac{\sqrt{3}}{2}x$ ,

所以梯形  $OACB$  的面积为  $S_3 = \frac{1}{2} \left(a - x + a - \frac{1}{2}x\right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}x = \frac{1}{2} \left(2a - \frac{3}{2}x\right) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}x = -\frac{3\sqrt{3}}{8}x^2 + \frac{\sqrt{3}}{2}ax, \quad 0 < x < a.$

(2)对于方案甲, 设  $AO = x, BO = y$ , 则  $x^2 + y^2 = a^2$ ,

所以三角形  $AOB$  的面积为  $S_1 = \frac{1}{2}xy \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{x^2 + y^2}{2} = \frac{a^2}{4}$ ,

当且仅当  $x = y = \frac{\sqrt{2}}{2}a$  时等号成立,

故方案甲的鸡圈面积最大值为  $\frac{a^2}{4}$ .

对于方案乙, 由 (1) 得  $S_2 = -x^2 + ax = -\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + \frac{a^2}{4} \leq \frac{a^2}{4}$ ,  $0 < x < a$ ,

当且仅当  $x = \frac{a}{2}$  时取得最大值  $\frac{a^2}{4}$ .

故方案乙的鸡圈面积最大值为  $\frac{a^2}{4}$ ;

对于方案丙,  $S_3 = -\frac{3\sqrt{3}}{8}x^2 + \frac{\sqrt{3}}{2}ax = -\frac{3\sqrt{3}}{8}\left(x^2 - \frac{4}{3}ax\right)$

$= -\frac{3\sqrt{3}}{8}\left[\left(x - \frac{2a}{3}\right)^2 - \frac{4}{9}a^2\right] = -\frac{3\sqrt{3}}{8}\left(x - \frac{2a}{3}\right)^2 + \frac{\sqrt{3}}{6}a^2$ ,  $0 < x < a$ .

当且仅当  $x = \frac{2a}{3}$  时取得最大值  $\frac{\sqrt{3}}{6}a^2$ .

故方案丙的鸡圈面积最大值为  $\frac{\sqrt{3}}{6}a^2$ ;

由于  $(S_1)_{\max} = (S_2)_{\max} < (S_3)_{\max}$

所以农户应该选择方案丙, 此时鸡圈面积最大.

22. (1)1

(2) $\left(\frac{1}{2}, \frac{9}{2}\right)$

(3)  $m \geq 2$  或  $m \leq -7$

解: (1)由题意可知:  $a \neq 0$  且  $\begin{cases} 4a - 2(2a+3) + 6 = 0 \\ 9a - 3(2a+3) + 6 = 0 \end{cases}$ , 解得  $a = 1$ .

(2)若  $f(x) + 2 > 0$  恒成立, 则  $f(x) + 2 > 0 \Rightarrow ax^2 - (2a+3)x + 8 > 0$

当  $a=0$  时,  $ax^2 - (2a+3)x + 8 > 0$  不恒成立;

当  $a \neq 0$  时,  $\begin{cases} a > 0 \\ (2a+3)^2 - 32a < 0 \end{cases}$  解得:  $\frac{1}{2} < a < \frac{9}{2}$ . 实数  $a$  的取值范围为:  $\left(\frac{1}{2}, \frac{9}{2}\right)$ .

(3)  $a=1$  时,  $f(x) \leq -(m+5)x+3+m$  在  $[-2,2]$  有解,

即  $x^2+mx+3-m \leq 0$  在  $[-2,2]$  有解,

因为  $y=x^2+mx+3-m$  的开口向上, 对称轴  $x=-\frac{m}{2}$ ,

①  $-\frac{m}{2} \leq -2$  即  $m \geq 4$ ,  $x=-2$  时, 函数取得最小值  $4-2m+3-m \leq 0$  即  $m \geq \frac{7}{3}$ ,  $\therefore m \geq 4$ .

②  $-2 < -\frac{m}{2} < 2$  即  $-4 < m < 4$  时, 当  $x=-\frac{m}{2}$  取得最小值, 此时  $-\frac{m^2}{4}+3-m \leq 0$ , 解得  $2 \leq m < 4$ .

③ 当  $-\frac{m}{2} \geq 2$  即  $m \leq -4$  时, 当  $x=2$  时取得最小值, 此时  $4+2m+3-m \leq 0$ , 解得  $m \leq -7$ ,

综上,  $m \geq 2$  或  $m \leq -7$ .