一、单项选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
B	C	D	B	C	B	B	A

1. 【答案】B

【分析】根据集合的交集运算即可得到答案.

【详解】由 $A=\{0,1,2\}$， $B=\{x|0<x\le 2\}$，则 $A\cap B=\{1,2\}$.

故选：B.

2.【答案】C

【分析】根据复数的除法运算可化简复数，进而可得虚部.

【详解】$\frac{1}{1-3i}=\frac{1+3i}{10}$，所以虚部为$\frac{3}{10}$，

故选：C

3.【答案】D

【详解】设切线方程为 $y=kx+b$，由题意有 $f^{'}(x)=-x^2$。所以 $k=f^{'}(3)=-9$

再把$(3,-6)$代入 $y=-9x+b$ 可得 $b=21$.可得： $y=-9x+21$

故选：D

4.【答案】B

【详解】设$\{a_n\}$的公比为q,因为S_3,S_9,S_6成等差数列，故有 $S_3+S_6=2S_9$

所以$\frac{a_1(1-q^3)}{1-q}+\frac{a_1(1-q^6)}{1-q}=2\frac{a_1(1-q^9)}{1-q}$ ，即： $2q^9-q^6-q^3=0$

解得： $q^3=-\frac{1}{2}$或$q^3=0$（舍去）$q^3=1$（舍去）

所以$a_{11}=a_8q^3=6\times-\frac{1}{2}=-3$

故选：B

5.【答案】C

【分析】由条件列出样本空间，再求出事件甲被选上，且乙不被选上所含样本点的个数，利用古典概型概率公式求事件的概率.

【详解】5 名志愿者分别为甲、乙、丙、丁、戊，从 5 名志愿者中随机选出 2 名，

结果分别为: 甲乙，甲丙，甲丁，甲戊，乙丙，乙丁，乙戊，丙丁，丙戊，丁戊共 10 种，

其中甲被选上，且乙不被选上的结果为: 甲丙，甲丁，甲戊，共 3 种，

故甲被选上，且乙不被选上的概率为 $\frac{3}{10}$.

故选: C.

6. 【答案】B

【分析】先通过符号判断b最小，再通过$\ln c,\ln a$与$\frac{1}{\mathrm{e}}$比较，确定$c>a$.

【详解】∵$b=\ln\sqrt{2}-\frac{1}{3}\ln 3=\frac{\ln 2}{2}-\frac{\ln 3}{3}=\frac{3\ln 2-2\ln 3}{6}=\frac{\ln\frac{8}{9}}{6}<\frac{\ln 1}{6}=0$，

而$a=\mathrm{e}^{\frac{1}{\pi}}>0,c=\pi^{\frac{1}{\mathrm{e}}}>0$，

所以b最小.

又$\ln a=\ln\mathrm{e}^{\frac{1}{\pi}}=\frac{1}{\pi}<\frac{1}{\mathrm{e}},\ln c=\ln\pi^{\frac{1}{\mathrm{e}}}=\frac{1}{\mathrm{e}}\ln\pi>\frac{1}{\mathrm{e}}$，所以$\ln c>\ln a$，即有$c>a$，

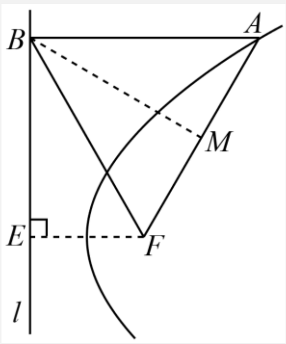
因此$c>a>b$，

故选：B.

7. 【答案】B

【分析】取线段AF的中点M，连接BM，过点F作$FE\perp l$，垂足为点E，分析出$\triangle ABF$为等边三角形，并求出$\angle BFE=\angle ABF=60^{\circ}$，从而可求得$|EF|=\frac{1}{2}|BF|$，即为所求.

【详解】取线段AF的中点M，连接BM，过点F作$FE\perp l$，垂足为点E，



则$\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{BA}=\left(\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{MF}\right)+\left(\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{MA}\right)=2\overrightarrow{BM}$，

所以，$\overrightarrow{AF}\cdot\left(\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{BA}\right)=2\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{BM}=0$，所以，$AF\perp BM$，所以，$|AB|=|BF|$，

因为$|AF|=|BF|=4$，所以，$\triangle ABF$是边长为4的等边三角形，则$\angle ABF=60^\circ$，

由抛物线的定义可知$AB\perp l$，所以，$AB//EF$，故$\angle BFE=\angle ABF=60^\circ$，

所以，$\dfrac{|EF|}{|BF|}=\cos 60^\circ=\dfrac{1}{2}$，则$|EF|=\dfrac{1}{2}|BF|=2$，即点$F$到直线$l$的距离为$2$.

故选：B.

8. 【答案】A

【分析】求导$f'(x)=\dfrac{2x^2-2x+a}{x}$，根据函数$f(x)=(x-1)^2+a\ln x$有两个极值点$x_1$，$x_2$，由$t=2x^2-2x+a$在$(0,+\infty)$上有两个不等实根，求得$a$的范围，进而再根据$x_1<x_2$，$x_1+x_2=1$得到$x_2$的范围，再由$2x_2^2-2x_2+a=0$，得到$f(x_2)=(x_2-1)^2+(-2x_2^2+2x_2)\ln x_2$，利用导数法求解.

【详解】因为$f(x)=(x-1)^2+a\ln x$，

所以$f'(x)=2(x-1)+\dfrac{a}{x}=\dfrac{2x^2-2x+a}{x}$，

令$t(x)=2x^2-2x+a$，

因为函数$f(x)=(x-1)^2+a\ln x$有两个极值点x_1，x_2，

所以函数$t(x)$在$(0,+\infty)$上有两个不等实根，

则$\begin{cases}t(0)=a>0\\ \Delta=4-8a>0\end{cases}$，解得$0<a<\dfrac{1}{2}$，

因为$x_1<x_2$，且$x_1+x_2=1$，$t(1)=a>0$，

所以$\dfrac{1}{2}<x_2<1$，且$2x_2^2-2x_2+a=0$，

所以$f(x_2)=(x_2-1)^2+a\ln x_2=(x_2-1)^2+(-2x_2^2+2x_2)\ln x_2$，$\dfrac{1}{2}<x_2<1$.

令函数$g(x)=(x-1)^2+(-2x^2+2x)\ln x$，$\dfrac{1}{2}<x<1$，

则$g'(x)=(2-4x)\ln x>0$在$\left(\dfrac{1}{2},1\right)$上恒成立，

故$g(x)$在$\left(\dfrac{1}{2},1\right)$上单调递增，

则 $g\left(x\right)\in\left(\frac{1-2\ln 2}{4},0\right)$，即 $f\left(x_2\right)$ 的取值范围为 $\left(\frac{1-2\ln 2}{4},0\right)$.

故选：A

二、多项选择题

9	10	11	12
BD	AB	BCD	AB

9.A 选项：$f'\left(x\right)=2\cos 2x$ 故 A 错误；C：若 $f'\left(x\right)=2x-1$ 则 $f(x)=x^2-x+c$

故选择 BD

10. 【答案】AB

【分析】根据 $S_{13}=0$ 求出 $a_7=0$，由 $S_4>S_5$ 得到 $a_5<0$，$d>0$，判断出 AB 正确；再根据作差法结合等差数列的性质判断出 C 选项，由 $a_6<0$，$a_7=0$，$d>0$，得到 S_n 取得最小值的 n 不止一个.

【详解】$S_{13}=\frac{13\left(a_1+a_{13}\right)}{2}=\frac{13\times 2a_7}{2}=13a_7=0$，解得：$a_7=0$，B 正确；

因为 $S_4>S_5$，所以 $a_5<0$，故 $2d=a_7-a_5>0$，解得：$d>0$，A 正确；

因为 $a_7=0$，$d>0$，所以 $a_6=a_7-d<0$，

$S_8-S_3=a_4+a_5+a_6+a_7+a_8=5a_6<0$，故 $S_8<S_3$，C 错误；

因为 $a_6<0$，$a_7=0$，$d>0$，故当 $n=6$ 或 7 时 S_n 均取最小值，D 错误.

故选：AB

11. 【答案】BCD

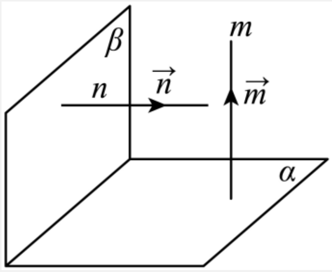
【分析】对于 A，判断 m 与 β 可能相交也可能平行；对于 B，根据线面垂直以及面面平行的性质即可判断；对于 C，根据平面的法向量可判断正误；对于 D，根据面面平行的性质以及线面垂直的性质可判断正误.

【详解】对于 A，若 $\alpha\cap\beta=n$，$m\subset\alpha$，则 m 与 β 可能相交也可能平行，错误；

对于 B，若 $m\perp\alpha$，$m\perp\beta$，则 $\alpha/\!/\beta$，由于 $n\subset\alpha$，则 $n/\!/\beta$，正确；

对于 C，若 $m\perp\alpha$，$n\perp\beta$，则可在直线 m 上取向量 $\overline{m}$ 作为 α 的法向量，

在直线 n 上取向量 $\vec{n}$ 作为 β 的法向量，



因为 $\alpha\perp\beta$，故 $\vec{m}\perp\vec{n}$，即有 $m\perp n$，正确；

对于 D,由 $n//\beta$，$\alpha//\beta$，可得 $n//\alpha$ 或 $n\subset\alpha$，由于 $m\perp\alpha$，故 $m\perp n$，正确，

故选：BCD

12. 【答案】AB

【分析】A 选项，利用余弦定理和基本不等式求解面积的最大值；B 选项，先利用向量的数量积计算公式和余弦定理得 $\overline{AC}\cdot\overline{AB}=\dfrac{b^2+4-a^2}{2}$，利用正弦定理和三角恒等变换得到 $b^2-a^2=-\dfrac{8\sqrt{3}}{3}\cos\left(2B-\dfrac{\pi}{6}\right)$，结合 B 的取值范围求出最大值；C 选项，利用正弦定理进行求解；D 选项，用 $\cos B=-\cos(A+C)$ 进行变换得到 $\dfrac{\cos B}{\cos A}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\tan A-\dfrac{1}{2}$，结合 A 的取值范围得到 $\dfrac{\cos B}{\cos A}$ 的取值范围.

【详解】由余弦定理得：$\cos C=\dfrac{a^2+b^2-4}{2ab}=\dfrac{1}{2}$，解得：$a^2+b^2=ab+4$，

由基本不等式得：$a^2+b^2=ab+4\geq 2ab$，当且仅当 $a=b$ 时，等号成立，

所以 $ab\leq 4$，故 $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}ab\sin C\leq\sqrt{3}$，A 正确；

$\overline{AC}\cdot\overline{AB}=\left|\overline{AC}\right|\cdot\left|\overline{AB}\right|\cos A=bc\cdot\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{b^2+4-a^2}{2}$，

其中由正弦定理得：$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{2}{\sin\dfrac{\pi}{3}}=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$，

所以 $b^2-a^2=\dfrac{16}{3}\left(\sin^2 B-\sin^2 A\right)=\dfrac{16}{3}\left[\sin^2 B-\sin^2\left(\dfrac{2\pi}{3}-B\right)\right]$

$$\frac{16}{3}\left[\frac{1-\cos 2B}{2}-\frac{1-\cos\left(\dfrac{4\pi}{3}-2B\right)}{2}\right]=-\frac{8\sqrt{3}}{3}\cos\left(2B-\frac{\pi}{6}\right),$$

因为 $B\in\left(0,\frac{2\pi}{3}\right)$，所以 $2B-\frac{\pi}{6}\in\left(-\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{6}\right)$，

故 $b^2-a^2=-\frac{8\sqrt{3}}{3}\cos\left(2B-\frac{\pi}{6}\right)$ 最大值为 $\frac{8\sqrt{3}}{3}$，

$\overline{AC}\cdot\overline{AB}=\left|\overline{AC}\right|\cdot\left|\overline{AB}\right|\cos A=bc\cdot\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{b^2+4-a^2}{2}$ 的最大值为 $2+\frac{4\sqrt{3}}{3}$，

B 正确；

$b\cos A+a\cos B=\frac{4\sqrt{3}}{3}(\sin B\cos A+\sin A\cos B)=\frac{4\sqrt{3}}{3}\sin(A+B)=\frac{4\sqrt{3}}{3}\sin C=\frac{4\sqrt{3}}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2$，

故 C 错误；

$\frac{\cos B}{\cos A}=\frac{-\cos\left(A+\frac{\pi}{3}\right)}{\cos A}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\sin A-\frac{1}{2}\cos A}{\cos A}=\frac{\sqrt{3}}{2}\tan A-\frac{1}{2}$，

因为 $A\in\left(0,\frac{2\pi}{3}\right)$，所以 $\tan A\in\left(-\infty,-\sqrt{3}\right)\cup(0,+\infty)$，

所以 $\frac{\sqrt{3}}{2}\tan A-\frac{1}{2}\in(-\infty,-2)\cup\left(-\frac{1}{2},+\infty\right)$，D 错误.

故选：AB

三、填空题

13.【答案】$\sqrt{26}$

【解析】$\vec{a}\perp\vec{b}$ 可得 $4t-3=0$，即 $t=\frac{3}{4}$，所以 $\vec{b}=\left(\frac{3}{2},-1\right)$

所以 $\vec{a}-2\vec{b}=(-1,5)$，可得 $\left|\vec{a}-2\vec{b}\right|=\sqrt{1+25}=\sqrt{26}$

14. 【答案】8

【分析】由已知 $f(x)$ 在 $x=1$ 处取得极值求得 $2a+b=1$，再结合“1”的代换，利用基本不等式求解.

【详解】解：由 $f(x)=\frac{1}{3}x^3+ax^2+(b-2)x+1\Rightarrow f'(x)=x^2+2ax+b-2$，

因为函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处取得极值，所以有 $f'(1)=0$，

则 $f'(1)=1+2a+b-2=0\Rightarrow 2a+b=1$，

因为 $a>0,b>0$，

所以 $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}=(2a+b)\left(\frac{1}{a}+\frac{2}{b}\right)=4+\frac{b}{a}+\frac{4a}{b}\geq 4+2\sqrt{\frac{b}{a}\cdot\frac{4a}{b}}=8$，

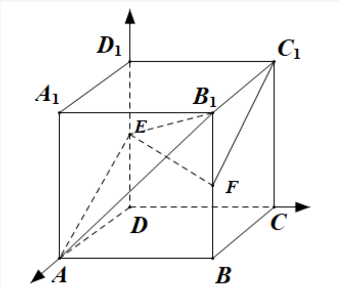
当且仅当 $\frac{b}{a}=\frac{4a}{b}$，结合 $2a+b=1$，即 $a=\frac{1}{4},b=\frac{1}{2}$ 时取等号.

故答案为：8

15. 【答案】$\frac{\sqrt{30}}{5}$

【分析】利用点到直线的距离与两条平行线间的距离、空间向量的坐标运算.

【详解】建立如图所示的空间直角坐标系，



则 $A(1,0,0),E\left(0,0,\frac{1}{2}\right),F\left(1,1,\frac{1}{2}\right),C_1(0,1,1)$，

所以 $\overrightarrow{AE}=\left(-1,0,\frac{1}{2}\right),\overrightarrow{FC_1}=\left(-1,0,\frac{1}{2}\right)$，所以 $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{FC_1}$，则有 $AE\,//FC_1$，

又 $\overrightarrow{FM}=\frac{\sqrt{2}}{2}\overrightarrow{FC_1}$，即 M 在上 FC_1，

所以点 M 到直线 AE 的距离即等于点 F 到直线 AE 的距离，

又因为 $\vec{u}=\frac{\overrightarrow{AE}}{\left|\overrightarrow{AE}\right|}=\left(-\frac{2\sqrt{5}}{5},0,\frac{\sqrt{5}}{5}\right)$，$\overrightarrow{AF}=\left(0,1,\frac{1}{2}\right)$，

所以 $\overrightarrow{AF}^2=\frac{5}{4}$，$\overrightarrow{AF}\cdot\vec{u}=\frac{\sqrt{5}}{10}$，

所以点 M 到直线 AE 的距离为 $\sqrt{\frac{5}{4}-\left(\frac{\sqrt{5}}{10}\right)^2}=\frac{\sqrt{30}}{5}$.

故答案为：$\frac{\sqrt{30}}{5}$.

16. 【答案】$1+\sqrt{3}$

【分析】由 $|OP|=\frac{1}{2}|F_1F_2|$ 可得 $PF_1\perp PF_2$，$|PF_1|^2+|PF_2|^2=4c^2$，再结合双曲线的定义可得 $|PF_1|\cdot|PF_2|=2b^2$，化简得 $|PF_1|+|PF_2|=2\sqrt{b^2+c^2}$，因为 $\triangle PF_1F_2$ 的内切圆的半径为 a，所以

$S_{\triangle PF_1F_2}=\frac{1}{2}\left(|PF_1|+|PF_2|+|F_1F_2|\right)\cdot a$，即 $2b^2=\left(2\sqrt{b^2+c^2}+2c\right)a$，化简运算即可得 E 的离心率.

【详解】因为 $|OP|=\frac{1}{2}|F_1F_2|$，所以 $PF_1\perp PF_2$，$|PF_1|^2+|PF_2|^2=4c^2$，

又因为 P 在双曲线上，所以 $||PF_1|-|PF_2||=2a$，联立可得 $|PF_1|\cdot|PF_2|=2b^2$，

$\left(|PF_1|+|PF_2|\right)^2=4c^2+4b^2$，所以 $|PF_1|+|PF_2|=2\sqrt{b^2+c^2}$，

因为 $\triangle PF_1F_2$ 的内切圆的半径为 a，

所以 $S_{\triangle PF_1F_2}=\frac{1}{2}\left(|PF_1|+|PF_2|+|F_1F_2|\right)\cdot a$，

即 $|PF_1|\cdot|PF_2|=\left(|PF_1|+|PF_2|+|F_1F_2|\right)\cdot a$，即 $2b^2=\left(2\sqrt{b^2+c^2}+2c\right)a$，

所以 $b^2-ac=a\sqrt{b^2+c^2}$，两边平方得 $b^2-2ac=a^2$，

即 $c^2-2ac-2a^2=0$，两边同时除以 a^2，得 $e^2-2e-2=0$，$e=1\pm\sqrt{3}$，

因为 $e>1$，所以 $e=1+\sqrt{3}$.

故答案为：$1+\sqrt{3}$.

四、解答题

17. 【答案】(1) $\begin{cases}a=-6\\b=-9\end{cases}$

(2) $f(x)_{\max}=-1, f(x)_{\min}=-55$

【分析】（1）求出函数的导数，根据题意列出方程，求得 a,b 的值，可得答案.

（2）求出函数的极值点，求得函数的极值以及区间端点处的函数值，比较可得答案.

【详解】（1）$\because f\left(x\right)=-x^3+ax^2+bx-5$，

$\therefore f'\left(x\right)=-3x^2+2ax+b$，

$\therefore\begin{cases}f\left(-1\right)=a-b-4=-1\\f'\left(-1\right)=-2a+b-3=0\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=-6\\b=-9\end{cases}$，

则 $f'\left(x\right)=-3x^2-12x-9=-3(x+1)(x+3)$，

若 $f'(x)>0$，则 $-3<x<-1$；若 $f'(x)<0$，则 $x<-3$ 或 $x>-1$，

即函数 $f(x)=-x^3+ax^2+bx-5$ 在 $x=-1$ 处有极大值且极大值为 -1，符合题意，

故 $\begin{cases}a=-6\\b=-9\end{cases}$；

（5 分）

（2）由（1）知，$f(x)=-x^3-6x^2-9x-5$，

$\therefore f'(x)=-3x^2-12x-9=-3(x+1)(x+3)$，

若 $f'(x)>0$，则 $-3<x<-1$；若 $f'(x)<0$，则 $x<-3$ 或 $x>-1$，

$\therefore f(x)$ 在 $(-3,-1)$ 上单调递增，在 $[-4,-3),(-1,2]$ 上单调递减，

又 $f(-4)=-1, f(-3)=-5, f(-1)=-1, f(2)=-55$，

$\therefore f(x)_{\max}=-1, f(x)_{\min}=-55$.

（5 分）

18. 【答案】(1) $B=\frac{\pi}{3}$

(2) $(0,3)$

【分析】（1）利用正弦定理、余弦定理求得正确答案.

（2）利用正弦定理转化 a,c，结合三角函数值域的求法求得正确答案.

【详解】（1）依题意，$\sin^2 A+\sin^2 C=\sin^2 B+\sin A\sin C$，

由正弦定理得 $a^2+c^2-b^2=ac, \cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{1}{2}$，

所以 B 为锐角，所以 $B=\frac{\pi}{3}$.

（4 分）

（2）由正弦定理得 $\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}=\frac{b}{\sin B}=\frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=2$，

所以 $2a-c=2\times 2\sin A-2\sin C$

$=4\sin A-2\sin\left(A+\dfrac{\pi}{3}\right)$

$=3\sin A-\sqrt{3}\cos A=2\sqrt{3}\sin\left(A-\dfrac{\pi}{6}\right)$,

由于三角形 ABC 是锐角三角形，

所以$\begin{cases}0<A<\dfrac{\pi}{2}\\ A+\dfrac{\pi}{3}>\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$，解得$\dfrac{\pi}{6}<A<\dfrac{\pi}{2}$，

所以$0<A-\dfrac{\pi}{6}<\dfrac{\pi}{3}$，所以$0<\sin\left(A-\dfrac{\pi}{6}\right)<\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

所以$0<2\sqrt{3}\sin\left(A-\dfrac{\pi}{6}\right)<3$，

即 $2a-c$ 的取值范围是$(0,3)$.

（8 分）

19. 【答案】(1) $a_n=3n-2$；

(2) $T_n=(3n-5)\cdot 2^{n+1}+10$.

【分析】（1）根据给定条件，求出等差数列$\{a_n\}$的公差d，即可求出通项作答.

（2）求出等比数列$\{b_n\}$的通项公式，再利用错位相减法求解作答.

【详解】（1）在等差数列$\{a_n\}$中，$2a_3=a_1+a_5=14$，解得$a_3=7$，而$a_6=16$，

则等差数列$\{a_n\}$的公差$d=\dfrac{a_6-a_3}{6-3}=3$，

所以$\{a_n\}$的通项公式是$a_n=a_3+(n-3)d=3n-2$.

（5 分）

（2）设正项等比数列$\{b_n\}$的公比为q，$b_3^2=b_1b_5=64$，解得$b_3=8$，而$b_6=64$，

则有$q^3=\dfrac{a_6}{a_3}=8$，解得$q=2$，

$b_n=b_3q^{n-3}=8\times 2^{n-3}=2^n$，由（1）知，$a_nb_n=(3n-2)\cdot 2^n$，

则$T_n=1\times 2+4\times 2^2+7\times 2^3+\cdots+(3n-2)\times 2^n$，

于是得$2T_n=1\times 2^2+4\times 2^3+7\times 2^4+\cdots+(3n-5)\times 2^n+(3n-2)\times 2^{n+1}$，

两式相减得：

$-T_n=2+3(2^2+2^3+\cdots+2^n)-(3n-2)\times 2^{n+1}=2+3\times\dfrac{2^2(1-2^{n-1})}{1-2}-(3n-2)\times 2^{n+1}=(5-3n)\times 2^{n+1}-10$，

所以数列$\{a_n\cdot b_n\}$的前n项和$T_n=(3n-5)\cdot 2^{n+1}+10$.

（**7** 分）

20. 【答案】(1)证明见解析；

(2)二面角$B'-AC-B$的余弦值为$\dfrac{\sqrt{7}}{7}$.

【详解】（1）设AB的中点是O；因为$B^{'}$在面 ABC 上的射影为O点

所以$OB^{'}\perp$ 面ABC ，又因为$OB^{'}\subset$面$BAA^{'}B^{'}$

所以面$ABC\perp$面$BAA^{'}B^{'}$，又因为$面ABC\cap面BAA^{'}B^{'}=AB$

且$BC\perp AB$，所以$BC\perp面BAA'B'$

所以$BC\perp BB'$，又因为$BB'\parallel CC'$

所以$BC\perp CC'$

（**6** 分）

（2）

由(1) $BC\perp$平面$ABB'A'$，$AB\perp BC$，以B为原点，$\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}$为$x,y$轴正方向建立空间直角坐标系$B-xyz$

则$B'\left(0,1,\sqrt{3}\right),A\left(0,2,0\right),C\left(2,0,0\right),B\left(0,0,0\right)$，

所以$\overrightarrow{B'A}=\left(0,1,\sqrt{3}\right),\overrightarrow{AC}=\left(2,-2,0\right)$

设平面$B'AC$的法向量为$\vec{n}=\left(x,y,z\right)$，则

$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{B'A}=0\\\vec{n}\cdot\overrightarrow{AC}=0\end{cases}$，所以$\begin{cases}y+\sqrt{3}z=0\\2x-2y=0\end{cases}$，

取$y=-\sqrt{3}$可得$x=-\sqrt{3},z=1$，

所以$\vec{n}=\left(-\sqrt{3},-\sqrt{3},1\right)$为平面$B'AC$的一个法向量，

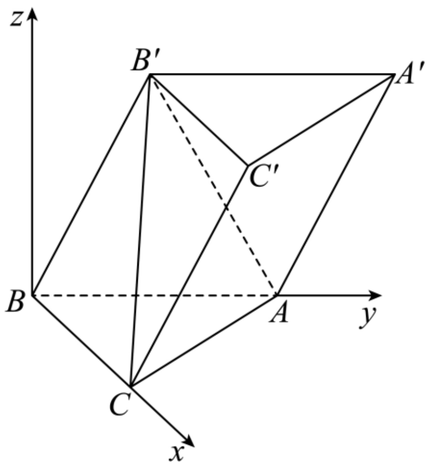
又$\vec{m}=\left(0,0,1\right)$为平面$ABC$的一个法向量，

所以 $\cos\langle\vec{m},\vec{n}\rangle=\dfrac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}|\cdot|\vec{n}|}=\dfrac{1}{\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{7}}{7}$，

设二面角 $B'-AC-B$ 的平面角为 θ，观察可得 $\theta\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，

所以 $\cos\theta=\dfrac{\sqrt{7}}{7}$.

（**6 分**）



21. 【答案】(1) $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$

(2)证明见解析

【分析】（1）根据焦点坐标得出 $c=\sqrt{3}$，根据椭圆的定义得出 $2a=4$，根据 a、b、c 的关系得出 b，即可得出椭圆方程；

（2）直线 PQ 方程为 $x=ty+1(t\neq 0)$，点 $P\left(x_1,y_1\right)$，$Q\left(x_2,y_2\right)$，联立方程根据韦达定理得出 y_1+y_2，y_1y_2，设直线 MQ 的方程为 $y-1=\dfrac{y_2-1}{x_2-1}(x-1)$，得出点 E 的坐标，即可得出直线 PE 的方程，得出点 N 的纵坐标，即可得出 $|MN|$，即可得出答案.

【详解】（1）由焦点坐标可知 $c=\sqrt{3}$，

因为任意一点到两个焦点 $F_1(-\sqrt{3},0),F_2(\sqrt{3},0)$ 的距离的和为 4，

所以 $2a=4$，可得 $a^2=4$，

又 $a^2=b^2+c^2$，可得 $b^2=1$，

所以椭圆 C 的标准方程为 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$.　（**5 分**）

（2）面积为定值，理由如下：

由题意知直线 PQ 斜率一定存在，设直线 PQ 方程为 $x=ty+1(t\neq 0)$，点 $P\left(x_1,y_1\right)$，$Q\left(x_2,y_2\right)$，

联立方程 $\begin{cases}x=ty+1\\x^2+4y^2=4\end{cases}$，消去 x 得 $\left(t^2+4\right)y^2+2ty-3=0$，

则 $y_1+y_2=-\dfrac{2t}{t^2+4}$，$y_1y_2=-\dfrac{3}{t^2+4}$，

设直线 MQ 的方程为 $y-1=\dfrac{y_2-1}{x_2-1}(x-1)$，则 $y_E=\dfrac{3y_2+x_2-4}{x_2-1}$，即 $E\left(4,\dfrac{3y_2+x_2-4}{x_2-1}\right)$，

所以直线 PE 的方程为 $y-y_1=\dfrac{\dfrac{3y_2+x_2-4}{x_2-1}-y_1}{4-x_1}\left(x-x_1\right)$，将 $x=1$ 代入

可得 $y_N=\dfrac{\dfrac{3y_2+x_2-4}{x_2-1}\left(x_1-1\right)-3y_1}{x_1-4}=\dfrac{\dfrac{3y_2+ty_2-3}{ty_2}\cdot ty_1-3y_1}{ty_1-3}=\dfrac{ty_1y_2-3y_1}{ty_1y_2-3y_2}$，

$=\dfrac{-\dfrac{3t}{t^2+4}-3\left(-\dfrac{2t}{t^2+4}-y_2\right)}{-\dfrac{3t}{t^2+4}-3y_2}=\dfrac{\dfrac{3t}{t^2+4}+3y_2}{-\dfrac{3t}{t^2+4}-3y_2}=-1$.

所以 $S_{\triangle EMN}=\dfrac{1}{2}|MN|\times 3=3$.（**7 分**）

22. 【答案】(1)见解析

(2)见解析

【分析】（1）首先求函数的导数，分 $a\leq 0$ 和 $a>0$ 两种情况，讨论函数的单调性；

（2）由（1）的单调性可知 $f\left(-\ln a\right)<0$，再通过构造函数 $h\left(x\right)=\dfrac{1}{x}+2\ln x-x\left(0<x\leq 1\right)$，利用导数判断函数的单调性，并结合零点存在性定理证明.

【详解】（1）$f'\left(x\right)=ae^x-1$，

当 $a\leq 0$，则 $f'\left(x\right)<0$，则函数在 R 上单调递减，

若 $a>0$，令 $f'\left(x\right)=0$，得 $x=-\ln a$，当 $x<-\ln a$，$f'\left(x\right)<0$，$f\left(x\right)$ 单调递减，

当 $x>-\ln a$ 时，$f'\left(x\right)>0$，$f\left(x\right)$ 单调递增，

综上可知，当 $a\leq 0$，函数在 R 上单调递减，当 $a>0$ 时，$f\left(x\right)$ 在 $\left(-\infty,-\ln a\right)$ 上单调递减，

在$\left(-\ln a,+\infty\right)$上单调递增；（**5 分**）

（2）由（1）可知，当$0<a<1$时，$-\ln a>0$，且$f\left(x\right)$在$\left(-\infty,-\ln a\right)$上单调递减，在$\left(-\ln a,+\infty\right)$上单调递增，因为$f\left(0\right)=0$，所以$f\left(-\ln a\right)<0$，

因为$f\left(-2\ln a\right)=\dfrac{1}{a}+2\ln a-a$，

设$h\left(x\right)=\dfrac{1}{x}+2\ln x-x\left(0<x\leq 1\right)$，

$h'\left(x\right)=-\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{2}{x}-1=-\left(\dfrac{1}{x}-1\right)^2\leq 0$，

所以$h\left(x\right)$在$\left(0,1\right)$上单调递减，所以$h\left(x\right)>h\left(1\right)=0$，即$f\left(-2\ln a\right)>0$，

由零点存在性定理知$\exists x_0\in\left(-\ln a,-2\ln a\right)$，使得$f\left(x_0\right)=0$，

取$b=x_0$，则$a\mathrm{e}^b=a+b$，且$2\ln a+b<0$.（**7 分**）