**20220317手动选题通用卷**

副标题

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 总分 |
| 得分 |  |  |  |  |  |

一、单选题（本大题共**8**小题，共**40.0**分）

1. 在平行四边形$ABCD$中，$\vec{AB}+\vec{BD}−\vec{AC}=(    )$

A. $\vec{DC}$ B. $\vec{BA}$ C. $\vec{BC}$ D. $\vec{BD}$

1. 下列各组平面向量中，可以作为平面的基底的是$($        $)$

A. $\vec{e\_{1}}=(−1,2)$，$\vec{e\_{2}}=(0,0)$ B. $\vec{e\_{1}}=(2,−3)$，$\vec{e\_{2}}=(−\frac{1}{2},\frac{3}{4})$
C. $\vec{e\_{1}}=(3,1)$，$\vec{e\_{2}}=(6,2)$ D. $\vec{e\_{1}}=(0,2)$，$\vec{e\_{2}}=(−4,0)$

1. 设$\vec{a},\vec{b}$是非零向量，则“$\vec{a},\vec{b}$共线”是“$|\vec{a}−\vec{b}|=|\vec{a}|−|\vec{b}|$”的$($  $)$

A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

1. 已知$\vec{a}$，$\vec{b}$是不共线的向量，$\vec{AB}=2\vec{a}+λ\vec{b}$，$\vec{AC}=(λ−1)\vec{a}+\vec{b}$，若$A,B,C$三点共线，则实数$λ$的值为$(    )$

A. $2$ B. $−2$或$1$ C. $−1$ D. $2$或$−1$

1. 已知平面向量$\vec{OA}$，$\vec{OB}$满足$\vec{OA}⋅\vec{OB}=0$，$|\vec{OB}|=2$，$D$为线段$OA$上一点，$E$为$△AOB$的外心，则$\vec{OB}⋅\vec{DE}$的值为$(    )$

A. $−2$ B. $−\frac{4}{3}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $2$

1. 在$△ABC$中，$∠A=60°$，$b=1$，$S\_{△ABC}=\sqrt{3}$，则$\frac{a−2b+c}{sinA−2sinB+sinC}$的值等于$($   $)$

A. $\frac{2\sqrt{39}}{3}$ B. $\frac{26}{3}\sqrt{3}$ C. $\frac{8}{3}\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{3}$

1. 已知空间向量$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$满足$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$，$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=2$，$|\vec{c}|=\sqrt{7}$，则$\vec{a}与\vec{b}$的夹角为$($     $)$

A. $30^{∘}$ B. $45^{∘}$ C. $60^{∘}$ D. $90^{∘}$

1. 如图，在$△ABC$中，$D$是线段$BC$上的一点，且$\vec{BC}=4\vec{BD}$，过点$D$的直线分别交直线$AB$，$AC$于点$M$，$N.$若$\vec{AM}=λ\vec{AB}, \vec{AN}=μ\vec{AC}(λ>0,μ>0)$，则$λ−\frac{1}{μ}$的最小值是$($  $)$

A. $2\sqrt{3}−2$ B. $2\sqrt{3}+4$ C. $2\sqrt{3}−4$ D. $2\sqrt{3}+2$

二、多选题（本大题共**4**小题，共**20.0**分）

1. 已知平面向量$\vec{a}=(1,0)$，$\vec{b}=(1,2\sqrt{3})$则下列说法正确的是$($    $)$

A. $|\vec{a}+\vec{b}|=16$
B. $(\vec{a}+\vec{b})⋅\vec{a}=2$
C. 向量$\vec{a}+\vec{b}$与$\vec{a}$的夹角为$30^{∘}$
D. 向量$\vec{a}+\vec{b}$在$\vec{a}$上的投影向量为$2\vec{a}$

1. 下列说法错误的是$(    )$

A. 若$|\vec{a}|=|\vec{b}|$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$为相等向量
B. 若$\vec{a}$与$\vec{b}$方向相反，则$\vec{a}$与$\vec{b}$为相反向量
C. 若$\vec{AB}=\vec{DC}$，则$A$，$B$，$C$，$D$四点一定可以构成平行四边形
D. 两个单位向量之和可能仍然是单位向量

1. 在$△ABC$中，下列说法正确的是$(    )$

A. 若$A>B$，则$sinA>sinB$
B. 若$C>\frac{π}{2}$，则$sin^{2}C>sin^{2}A+sin^{2}B$
C. 若$sinA<cosB$，则$△ABC$为钝角三角形
D. 存在$△ABC$满足$cosA+cosB\leq 0$

1. 给出下列四个命题，其中正确的选项有$($       $)$

A. 非零向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}|=|\vec{b}|=|\vec{a}−\vec{b}|$，则$\vec{a}$与$\vec{a}+\vec{b}$的夹角是$30°$
B. 若$(\vec{AB}+\vec{AC})·(\vec{AB}−\vec{AC})=0$，则$△ABC$为等腰三角形
C. 若单位向量$\vec{a}$，$\vec{b}$的夹角为$120°$，则当$|2\vec{a}+x\vec{b}|(x\in R)$取最小值时$x=1$
D. 若$\vec{OA}=(3,−4)$，$\vec{OB}=(6,−3)$，$\vec{OC}=(5−m,−3−m)$，$∠ABC$为锐角，则实数$m$的取值范围是$m>−\frac{3}{4}$

三、填空题（本大题共**4**小题，共**20.0**分）

1. 已知平面向量$\vec{a}=\left(2,-1\right)$，$\vec{b}=\left(m,2\right)$，且$\vec{a}⊥\vec{b}$，则$|\vec{a}+2\vec{b}|=$          ．
2. 已知$△ABC$的内角$A$，$B$，$C$的对应边分别为$a$，$b$，$c.$若$A=\frac{π}{3}$，$c=4$，若$△ABC$的面积为$2\sqrt{3}$，则$△ABC$的外接圆的半径为\_\_\_\_\_\_．
3. 已知$|\vec{a}|=|\vec{b}|=\sqrt{2}$，$\vec{a}⋅\vec{b}=0$，若向量$\vec{c}$满足$|\vec{c}−\vec{b}−\vec{a}|=1$，则$|\vec{c}|$的取值范围为\_\_\_．
4. 设点$P$是边长为$2$的正三角形$ABC$的三边上的动点，则$\vec{PA}⋅(\vec{PB}+\vec{PC})$的取值范围为          ．

四、解答题（本大题共**6**小题，共**72.0**分）

1. 已知$\vec{AB}=(−1,3)$，$\vec{BC}=(3,m)$，$\vec{CD}=(1,n)$，且$\vec{AD}//\vec{BC}$．

$(1)$求实数$n$的值；

$(2)$若$\vec{AC}⊥\vec{BD}$，求实数$m$的值．

在$①(a+b)(sinA−sinB)=(c−b)sinC$，$②3bcosA+acosB=b+c$，$③asin C=\sqrt{3}ccos A$这三个条件中任选一个，补充在下面的问题中，并作答．

问题：已知$a$，$b$，$c$分别为$△ABC$三个内角$A$，$B$，$C$的对边，$b=2$，\_\_\_\_\_\_\_\_．

$(1)$求$A$；

$(2)$若$D$是$BC$边的中点，$AD=\frac{\sqrt{7}}{2}$，求$△ACD$的面积．

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分．

已知$\vec{m}=(cosωx,\sqrt{3}cos(ωx+π))$，$\vec{n}=(sinωx,cosωx)$，其中$ω>0$，$f(x)=\vec{m}⋅\vec{n}$，且$y=f(x)$的图象相邻两条对称轴之间的距离为$\frac{π}{2}$．

$(1)$将函数$y=f(x)$的图象上各点的横坐标伸长到原来的$2$倍，纵坐标不变，然后向左平移$\frac{π}{6}$个单位长度，得到函数$y=g(x)$的图象，求函数$y=g(x)$的单调递增区间．

$(2)$若$f(\frac{α}{2})=−\frac{\sqrt{3}}{4}$，$α\in (0,\frac{π}{2})$，求$cosα$的值．

在海岸$A$处，发现北偏东$45°$方向，且与$A$相距$(\sqrt{3}−1)$海里的$B$处有一艘走私船，正以$10$ 海里$/$时的速度从$B$处向北偏东$30°$方向逃窜$.$在$A$处北偏西$75°$方向，且与$A$相距$2$ 海里的$C$处有一艘缉私艇，奉命以$10\sqrt{3}$海里$/$时的速度追截走私船，问：

$(1)$此时$C$船与$B$船相距多少海里？$C$船在$B$船的什么方向？

$(2)$缉私艇沿什么方向行驶才能最快追上走私船？并求所需的时间．

在$△ABC$中，角$A$、$B$、$C$的对边分别为$a$、$b$、$c.$已知$a=3$，$c=\sqrt{2}$，$B=45°$．
$(1)$求$sinC$的值；
$(2)$在边$BC$上取一点$D$，使得$cos∠ADC=−\frac{4}{5}$，求$tan∠DAC$的值．

1. 在$△ABC$中，内角$A$，$B$，$C$所对的边分别为$a$，$b$，$c$，已知向量$\vec{m}$、$\vec{n}$满足：$\vec{m}=(2a,\sqrt{6})$，$\vec{n}=(b,\sqrt{2}sinB)$，且$\vec{m}//\vec{n}$．
$($Ⅰ$)$求角$A$；
$($Ⅱ$)$若$△ABC$是锐角三角形，且$a=2$，求$b+c$的取值范围．

**答案和解析**

1.【答案】$B$

【解析】

【分析】

本题考查向量的求法，考查平面向量加法法则等基础知识，考查运算求解能力，属于基础题．
利用平面向量加法与减法法则直接求解．

【解答】

解：在平行四边形$ABCD$中，
$\vec{AB}+\vec{BD}−\vec{AC}=\vec{AB}+\vec{BD}−\vec{AC}=\vec{AD}−\vec{AC}=\vec{CD}=\vec{BA}$．
故选：$B$．



2.【答案】$D$

【解析】

【分析】

本题考查平面向量基本定理，向量作基底的条件，涉及向量平行的判断，属基础题．
不共线的向量可作基底，由向量共线的条件逐个选项判断即可．

【解答】

解：选项*A*，可得$−1×0−2×0=0$，故$\vec{e\_{1}}//\vec{e\_{2}}$，不可作为基底，故错误；
选项*B*，可得$2×\frac{3}{4}−(−3)×(−\frac{1}{2})=0$，故$\vec{e\_{1}}//\vec{e\_{2}}$，不可作为基底，故错误；
选项*C*，可得$3×2−1×6=0$，故$\vec{e\_{1}}//\vec{e\_{2}}$，不可作为基底，故错误；
选项*D*，可得$0×0−2×(−4)\ne 0$， $\vec{e\_{1}},\vec{e\_{2}}$不平行，故可作为基底，故正确．
故选*D*．

3.【答案】$B$

【解析】

【分析】

本题考查向量共线与向量模间的关系，考查充分必要条件的判定方法，属于基础题．
若$\vec{a},\vec{b}$共线反向，则$|\vec{a}−\vec{b}|\ne |\vec{a}|−|\vec{b}|$；反之，若$\vec{a},\vec{b}$是非零向量，且$|\vec{a}−\vec{b}|=|\vec{a}|−|\vec{b}|$，则$\vec{a},\vec{b}$共线，再由充分必要条件的判定得答案．

【解答】

解：若$\vec{a},\vec{b}$共线反向，则$|\vec{a}−\vec{b}|\ne |\vec{a}|−|\vec{b}|$，则不充分；
反之，若$\vec{a},\vec{b}$是非零向量，且$|\vec{a}−\vec{b}|=|\vec{a}|−|\vec{b}|$，
则$\vec{a},\vec{b}$共线同向，且$|\vec{a}|>|\vec{b}|$．
则“$\vec{a},\vec{b}$共线”是“$|\vec{a}−\vec{b}|=|\vec{a}|−|\vec{b}|$”的必要不充分条件．
故选：$B$．

4.【答案】$D$

【解析】

【分析】

本题考查了向量共线定理，属于基础题．
利用$A$，$B$，$C$三点共线得到$\vec{AB}=μ\vec{AC}$，结合向量相等得到$λ$．

【解答】

解：因为$\vec{a}$，$\vec{b}$是不共线的向量，
已知$\vec{AB}=2\vec{a}+λ\vec{b}$，$\vec{AC}=(λ−1)\vec{a}+\vec{b}$，$A,B,C$三点共线，
所以$\vec{AB}=μ\vec{AC}$，所以$2\vec{a}+λ\vec{b}=μ\left[\left(λ−1\right)\vec{a}+\vec{b}\right]$，
所以$\left\{\begin{matrix}2=μ(λ−1),\\λ=μ,\end{matrix}\right.$
整理得$λ^{2}−λ−2=0$，
解得$λ=2$或$λ=−1$，
故选*D*．

5.【答案】$D$

【解析】解：因为$\vec{OA}⋅\vec{OB}=0$，所以$∠AOB=\frac{π}{2}$，
以$O$为原点，$OA$边所在直线为$x$轴建立平面直角坐标系，则$B(0,2)$，
设$A(2m,0)$，$D(n,0)$，$0<n<2m$，则$E(m,1)$，
所以$\vec{DE}=(m−n,1)$，$\vec{OB}=(0,2)$，
则$\vec{OB}⋅\vec{DE}=2$，
故选：$D$．
建立直角坐标系，应用坐标运算即可求出$\vec{OB}⋅\vec{DE}$的值．
本题考查了平面向量的数量积的性质和运算，关键是将问题转化为坐标运算，属基础题．

6.【答案】$A$

【解析】

【分析】

本题考查了正、余弦定理、三角形面积公式在解三角形中的的运用和计算能力，考查了转化思想．
由三角形的面积$S=\sqrt{3}=\frac{1}{2}bcsinA$，$∠A=60°$，$b=1$，可得$c=4$，由余弦定理：$a^{2}=b^{2}+c^{2}−2bccosA$，求解$a$，利用正弦定理化简$\frac{a−2b+c}{sinA−2sinB+sinC}$即可求解．
【解答】
解：$∵∠A=60°$，$b=1$，$S\_{△ABC}=\sqrt{3}$，
$∴\frac{1}{2}×1×csin60°=\sqrt{3}$，解得$c=4$．
$∴a^{2}=1+16−8×\frac{1}{2}=13$，解得$a=\sqrt{13}$．
则$\frac{a−2b+c}{sinA−2sinB+sinC}=\frac{2RsinA−4RsinB+2RsinC}{sinA−2sinB+sinC}=2R=\frac{a}{sinA}=\frac{\sqrt{13}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{2\sqrt{39}}{3}$．
故选*A*．

7.【答案】$C$

【解析】

【分析】

本题考查了向量的夹角和向量的数量积．
先得出$\vec{c}=−\vec{a}−\vec{b}$，设$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为$θ$ ，根据$\vec{c}^{2}=(−\vec{a}−\vec{b})^{2}=\vec{a}^{2}+\vec{b}^{2}+2\vec{a}·\vec{b}=\vec{a}^{2}+\vec{b}^{2}+2|\vec{a}|·|\vec{b}|cosθ$，即可得出结果．

【解答】

解：$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}⇒\vec{c}=−\vec{a}−\vec{b}$ ，设$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为$θ$ ，
故$\vec{c}^{2}=(−\vec{a}−\vec{b})^{2}=\vec{a}^{2}+\vec{b}^{2}+2\vec{a}·\vec{b}=\vec{a}^{2}+\vec{b}^{2}+2|\vec{a}|·|\vec{b}|cosθ$，
即$7=1+4+4cosθ$，
解得$cosθ=\frac{1}{2}$，
因为$θ\in \left[0°,180°\right]$，
故$θ=60^{∘}$，
故选*C*．

8.【答案】$C$

【解析】

【分析】

本题考查向量的加法、减法运算，共线向量基本定理，以及平面向量基本定理，利用基本不等式求最值，属于中档题．
先求$\vec{AD}=\frac{3}{4}\vec{AB}+\frac{1}{4}\vec{AC}$，则$\vec{AD}=\frac{3}{4λ}\vec{AM}+\frac{1}{4μ}\vec{AN}$，$M$，$D$，$N$三点共线，则$\frac{3}{4λ}+\frac{1}{4μ}=1$，再用$λ$表示$μ$，利用基本不等式求$λ−\frac{1}{μ}$的最小值．

【解答】

 解：由条件可得 $\vec{AD}=\vec{AB}+\vec{BD}=\vec{AB}+\frac{1}{4}\vec{BC}=\vec{AB}+\frac{1}{4}(\vec{AC}−\vec{AB})=\frac{3}{4}\vec{AB}+\frac{1}{4}\vec{AC}$，
$∵\vec{AM}=λ\vec{AB}, \vec{AN}=μ\vec{AC}(λ>0,μ>0)$，
$∴\vec{AD}=\frac{3}{4λ}\vec{AM}+\frac{1}{4μ}\vec{AN}$，
因为$M$，$D$，$N$三点共线，
$∴\frac{3}{4λ}+\frac{1}{4μ}=1$，
$∴\frac{1}{μ}=4−\frac{3}{λ}$，
$∵λ>0,μ>0,\frac{1}{μ}=4−\frac{3}{λ}>0$，
$∴λ>\frac{3}{4}$，
则$λ−\frac{1}{μ}=λ−(4−\frac{3}{λ})=λ+\frac{3}{λ}−4\geq 2\sqrt{3}−4$，
当且仅当$λ=\frac{3}{λ}$，即$λ=\sqrt{3}$时取等号，
故$λ−\frac{1}{μ}$的最小值是$2\sqrt{3}−4$，
故选：$C$．

9.【答案】$BD$

【解析】

【分析】

本题考查平面向量的坐标运算，数量积，夹角，模的运算，投影向量，属于中档题．
根据平面向量的坐标运算，将各个选项进行逐一分析求解即可．

【解答】

解：$\vec{a}+\vec{b}=(1+1,0+2\sqrt{3})=(2,2\sqrt{3})$，
所以$|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{2^{2}+\left(2\sqrt{3}\right)^{2}}=4$，故*A*错误；
$\vec{a}⋅(\vec{a}+\vec{b})=1×2+0×2\sqrt{3}=2$，故*B*正确；
$cos<\vec{a}$，$\vec{a}+\vec{b}>=\frac{\vec{a}⋅(\vec{a}+\vec{b})}{|\vec{a}||\vec{a}+\vec{b}|}=\frac{1}{2}$，
$∵0\leq <\vec{a}$，$\vec{a}+\vec{b}>\leq π$
$∴<\vec{a}$，$\vec{a}+\vec{b}>=\frac{π}{3}$，故*C*错误；
向量$\vec{a}+\vec{b}$在$\vec{a}$上的投影向量为$\frac{\vec{a}⋅(\vec{a}+\vec{b})}{\left|\vec{a}\right|}·\frac{\vec{a}}{\left|\vec{a}\right|}=2\vec{a}$，故*D*正确．

10.【答案】$ABC$

【解析】解：根据题意，依次分析选项：
对于$A$，若$|\vec{a}|=|\vec{b}|$，只能表示$\vec{a}$和$\vec{b}$的长度相等，不能说明为相等向量，*A*错误；
对于$B$，相反向量是方向相反，模相等的两个向量，*B*错误；
对于$C$，若$\vec{AB}=\vec{DC}$，则$A$，$B$，$C$，$D$四点可能共线，不能构成平行四边形，*C*错误；
对于$D$，单位向量是模长等于$1$的向量，两个单位向量之和的模长可能仍然为$1$，*D*正确；
故选：$ABC$．
根据题意，依次分析选项是否正确，即可得答案．
本题考查向量的定义，涉及向量相等、相反和单位向量的定义，属于基础题．

11.【答案】$ABC$

【解析】解：$A>B⇒a>b$，
由正弦定理，得$2RsinA>2Rsin B$，
所以$sinA>sinB$，*A*正确；
由$C>\frac{π}{2}$，得$c^{2}>a^{2}+b^{2}$，
所以$sin^{2}C>sin^{2}A+sin^{2}B$，所以*B*正确；
对于$C$，由题意，得$B$一定为锐角，$A$显然不是直角，
当$A$为锐角时，$sinA<cosB⇒sinA<sin(\frac{π}{2}−B)$
$⇒A<\frac{π}{2}−B⇒A+B<\frac{π}{2}⇒C>\frac{π}{2}$，所以$△ABC$为钝角三角形；
当$A$为钝角时，$sinA<cosB⇒cos(A−\frac{π}{2})<cosB$
$⇒A−\frac{π}{2}>B⇒A>B+\frac{π}{2}⇒A>\frac{π}{2}$，此时$△ABC$也是钝角三角形，故*C*正确；
对于$D$，由$0<A<π−B<π$，
又余弦函数在$(0,π)$上单调递减，
所以$cosA>cos(π−B)=−cosB$，
所以恒有$cosA+cosB>0$，故*D*错误．
故选：$ABC$．
由已知结合正弦定理可检验$A$，$B$，然后结合三角函数关系分别检验$C$，由余弦函数的单调性可判断$D$．
本题主要考查了命题真假的判断，正弦定理，余弦定理，三角函数关系的应用，属于基础题．

12.【答案】$ABC$

【解析】

【分析】

本题考查了向量的模、向量的夹角、向量的数量积和平面向量的坐标运算。
由$|\vec{a}|=|\vec{b}|=|\vec{a}−\vec{b}|$，则四边形$OACB$为菱形，$∠AOB=60°$，$∠AOC=30°$，可判断$A$；
由$(\vec{AB}+\vec{AC})·(\vec{AB}−\vec{AC})=0$，则$|\vec{AB}|^{2}=|\vec{AC}|^{2}$，可判断$B$；
$(2\vec{a}+x\vec{b})^{2}=4\vec{a}^{2}+4x\vec{a}·\vec{b}+x^{2}\vec{b}^{2}=(x−1)^{2}+3$可判断$C$；
$∠ABC$为锐角，则$\vec{BA}·\vec{BC}>0$且$\vec{BA}$与$\vec{BC}$不同向共线，可判断$D$．

【解答】

解：$A$中，令$\vec{OA}=\vec{a}$，$\vec{OB}=\vec{b}$．
以$\vec{OA}$，$\vec{OB}$为邻边作平行四边形$OACB$．
$∵|\vec{a}|=|\vec{b}|=|\vec{a}−\vec{b}|$，
$∴$四边形$OACB$为菱形，$∠AOB=60°$，$∠AOC=30°$，
即$\vec{a}$与$\vec{a}+\vec{b}$的夹角是$30°$，故*A*正确．
$B$中，$∵(\vec{AB}+\vec{AC})·(\vec{AB}−\vec{AC})=0$，
$∴|\vec{AB}|^{2}=|\vec{AC}|^{2}$，故$△ABC$为等腰三角形．
故*B*正确．
$C$中，$∵(2\vec{a}+x\vec{b})^{2}=4\vec{a}^{2}+4x\vec{a}·\vec{b}+x^{2}\vec{b}^{2}$
$=4+4xcos120°+x^{2}$
$=x^{2}−2x+4=(x−1)^{2}+3$，
故$|2\vec{a}+x\vec{b}|$取最小值时$x=1$．
故*C*正确．
$D$中，$∵\vec{BA}=\vec{OA}−\vec{OB}=(3,−4)−(6,−3)=(−3,−1)$，
$\vec{BC}=\vec{OC}−\vec{OB}=(5−m,−3−m)−(6,−3)=(−1−m,−m)$，
又$∠ABC$为锐角，
$∴\vec{BA}·\vec{BC}>0$，
即$3+3m+m>0$，
$∴m>−\frac{3}{4}$．
又当$\vec{BA}$与$\vec{BC}$同向共线时，$m=\frac{1}{2}$，
故当$∠ABC$为锐角时，$m$的取值范围是$m>−\frac{3}{4}$且$m\ne \frac{1}{2}$．
故*D*不正确．
故选*ABC*．

13.【答案】$5$

【解析】

【分析】

本题考查向量模的计算以及向量垂直的条件，属于基础题．
利用$\vec{a}⊥\vec{b}$，可求得$m$，代入运算即可．

【解答】

解：$∵\vec{a}⊥\vec{b}$，
$∴\vec{a}·\vec{b}=2m−2=0$，
解得$m=1$，
$∴\vec{a}+2\vec{b}=\left(2,−1\right)+2\left(1,2\right)=\left(4,3\right)$，
$∴\left|\vec{a}+2\vec{b}\right|=\sqrt{4^{2}+3^{2}}=5$，
故答案为$5$．

14.【答案】$2$

【解析】解：根据题意得$\frac{1}{2}bcsinA=2\sqrt{3}$，把$A=\frac{π}{3}$，$c=4$代入得$b=2$，
由余弦定理得$a=\sqrt{b^{2}+c^{2}−2bccosA}=\sqrt{2^{2}+4^{2}−2×2×4×\frac{1}{2}}=2\sqrt{3}$，
设$△ABC$的外接圆的半径为$R$，
由正弦定理得$\frac{a}{sinA}=2R$，$∴R=\frac{2\sqrt{3}}{2×\frac{\sqrt{3}}{2}}=2$．
故答案为：$2$．
由$△ABC$的面积为$2\sqrt{3}$可求得$b$值，然后由余弦定理求得$a$值，再由正弦定理求得$△ABC$的外接圆的半径．
本题考查正、余弦定理及三角形面积公式，考查数学运算能力，属于基础题．

15.【答案】$[1,3]$

【解析】

【分析】
本题主要考查了向量数量积的坐标表示及利用圆的性质求解圆外一点到圆上距离的最值问题．
由题意可设$\vec{a}=(\sqrt{2},0)$，$\vec{b}=(0,\sqrt{2})$，$\vec{c}=(x,y)$，然后由已知，结合向量数量积的坐标表示可求$\vec{c}$的坐标满足的方程，结合圆的性质可求．
【解答】
解：由$|\vec{a}|=|\vec{b}|=\sqrt{2}$，$\vec{a}⋅\vec{b}=0$，
可设$\vec{a}=(\sqrt{2},0)$，$\vec{b}=(0,\sqrt{2})$，$\vec{c}=(x,y)$，
$∴\vec{c}−\vec{b}−\vec{a}=(x−\sqrt{2},y−\sqrt{2})$，
向量$\vec{c}$满足$|\vec{c}−\vec{b}−\vec{a}|=1$，
$∴(x−\sqrt{2})^{2}+(y−\sqrt{2})^{2}=1$，
而$|\vec{c}|=\sqrt{x^{2}+y^{2}}$的几何意义是圆$(x−\sqrt{2})^{2}+(y−\sqrt{2})^{2}=1$上一点到原点的距离，
$∵(x−\sqrt{2})^{2}+(y−\sqrt{2})^{2}=1$的圆心$C(\sqrt{2},\sqrt{2})$到原点$(0,0)$的距离$2$，
根据圆的性质可知，$2−1\leq |\vec{c}|\leq 2+1$，即$1\leq |\vec{c}|\leq 3$，
故答案为：$[1,3]$

16.【答案】$[−\frac{9}{8},2]$

【解析】

【分析】

本题考查向量数量积的坐标表示，考查坐标法的运用，同时考查分类讨论和转化思想，转化为二次函数在闭区间上的最值问题是解题的关键，属于困难题．
以$AB$中点为坐标原点，建立如图所示的平面直角坐标系，可得$A(−1,0)$，$B(1,0)$，$C(0,\sqrt{3})$，分别讨论$P$在$AB$，$BC$，$CA$上的情况，设点$P$的坐标，可得$\vec{PA}$，$\vec{PB}$，$\vec{PC}$的坐标，由向量的坐标表示，化为二次函数在闭区间上的最值问题，即可得到所求的取值范围．

【解答】

解：以$AB$中点为坐标原点，建立如图所示的平面直角坐标系，

可得$A(−1,0)$，$B(1,0)$，$C(0,\sqrt{3})$，
当点$P$在线段$AB$上时，设$P(t,0)$，$(−1\leq t\leq 1)$，
则$\vec{PA}=(−1−t,0)$，$\vec{PB}=(1−t,0)$，$\vec{PC}=(−t,\sqrt{3})$，
即有$\vec{PA}⋅(\vec{PB}+\vec{PC})=(−1−t,0)⋅(1−2t,\sqrt{3})$
$=(−1−t)(1−2t)+0×\sqrt{3}$
$=2t^{2}+t−1=2(t+\frac{1}{4})^{2}−\frac{9}{8}$，
由$−1\leq t\leq 1$可得当$t=−\frac{1}{4}$时，取得最小值$−\frac{9}{8}$；
当$t=1$时，取得最大值$2$，
则所求取值范围为$[−\frac{9}{8},2]$；
当$P$在线段$CB$上时，设$P(m,\sqrt{3}(1−m))$，$(0\leq m\leq 1)$，
则$\vec{PA}=(−1−m,\sqrt{3}(m−1))$，$\vec{PB}=(1−m,\sqrt{3}(m−1))$，$\vec{PC}=(−m,\sqrt{3}m)$，
即有$\vec{PA}⋅(\vec{PB}+\vec{PC})=(−1−m,\sqrt{3}(m−1))⋅(1−2m,\sqrt{3}(2m−1))$
$=(−1−m)(1−2m)+\sqrt{3}(m−1)×\sqrt{3}(2m−1)$
$=2(2m−1)^{2}$，
由$0\leq m\leq 1$可得当$m=\frac{1}{2}$时取得最小值$0$；
$m=0$或$1$时，取得最大值$2$，
则所求取值范围为$[0,2]$；
当$P$在线段$AC$上时，设$P(n,\sqrt{3}(1+n))$，$(−1\leq n\leq 0)$，
则$\vec{PA}=(−1−n,−\sqrt{3}(1+n))$，$\vec{PB}=(1−n,−\sqrt{3}(1+n))$，$\vec{PC}=(−n,−\sqrt{3}n)$，
即有$\vec{PA}⋅(\vec{PB}+\vec{PC})=(−1−n,−\sqrt{3}(1+n))⋅(1−2n,−\sqrt{3}(1+2n))$
$=(−1−n)(1−2n)+\sqrt{3}(1+n)×\sqrt{3}(1+2n)$
$=8n^{2}+10n+2=8(n+\frac{5}{8})^{2}−\frac{9}{8}$，
由$−1\leq n\leq 0$可得当$n=−\frac{5}{8}$取得最小值$−\frac{9}{8}$；
当$n=0$时，取得最大值$2$，
则所求取值范围为$[−\frac{9}{8},2]$．
综上可得$\vec{PA}⋅(\vec{PB}+\vec{PC})$的取值范围是$[−\frac{9}{8},2]$．
故答案为$[−\frac{9}{8},2]$．



17.【答案】解：因为$\vec{AB}=(−1,3)$，$\vec{BC}=(3,m)$，$\vec{CD}=(1,n)$，

所以$\vec{AD}=\vec{AB}+\vec{BC}+\vec{CD}=(3,3+m+n)$，

$(1)$因为$\vec{AD}//\vec{BC}$，所以$\vec{AD}=λ\vec{BC}$，，

即$\left\{\begin{matrix}3=3λ,\\3+m+n=λm,\end{matrix}\right.$

解得$n=−3$．

$(2)$因为$\vec{AC}=\vec{AB}+\vec{BC}=(2,3+m)$，

$\vec{BD}=\vec{BC}+\vec{CD}=(4,m−3)$，

又$\vec{AC}⊥\vec{BD}$，

所以$\vec{AC}·\vec{BD}=0$，

即$8+(3+m)(m−3)=0$，解得$m=\pm 1$．

【解析】本题考查平面向量平行与垂直的坐标表示与应用，属于基础题型，考察运算能力．
$(1)$因为$\vec{AD}//\vec{BC}$，所以$\vec{AD}=λ\vec{BC}$，代入即可求解．
$(2)$因为$\vec{AC}=(2,3+m)$，$\vec{BD}=(4,m−3)$，又$\vec{AC}⊥\vec{BD}$，故$\vec{AC}·\vec{BD}=0$，即可求解．

18.【答案】解：$(1)$选$ ①$
因为$(a+b)(sinA−sinB)=(c−b)sinC$，
由正弦定理，得$(a+b)(a−b)=(c−b)c$，
所以$b^{2}+c^{2}−a^{2}=bc$，
所以$cosA=\frac{b^{2}+c^{2}−a^{2}}{2bc}=\frac{1}{2}$，
又$0<A<π$，
故*A*$=\frac{π}{3}$；
选$ ②$
因为$3bcosA+acosB=b+c$，
所以由正弦定理，得$3sinBcosA+sinAcosB=sinB+sinC$，
即$2sinBcosA+sin(A+B)=sinB+sinC$，
在$△ABC$中，，
所以$2sinBcosA+sinC=sinB+sinC$，
即$2sinBcosA=sinB$，
又$sinB>0$，所以$cosA=\frac{1}{2}$，又$0<A<π$，解得$A=\frac{π}{3}$；
选$ ③$
因为$asinC=\sqrt{3}ccosA$，
所以由正弦定理，得$sinAsinC=\sqrt{3}sinCcosA$，
因为$sinC>0$，所以$sinA=\sqrt{3}cosA$，
所以$tanA=\sqrt{3}$，又$0<A<π$，解得$A=\frac{π}{3}$；
$(2)$延长$AD$至$E$使$AD=DE$，连接$CE$，$BE$，

易知四边形$ABEC$为平行四边形，
所以$∠ACE=\frac{2π}{3}$，
由余弦定理，得$AE^{2}=b^{2}+c^{2}−2bccos∠ACE$，即$7=4+c^{2}+2×2×c×\frac{1}{2}$，
整理得$c^{2}+2c−3=0$，解得$c=1$或$c=−3($舍去$)$，
在$△ABC$中，由余弦定理可得$a^{2}=4+1−2×2×1×\frac{1}{2}=3$，解得$a=\sqrt{3}$，
故$b^{2}=a^{2}+c^{2}$，$∠ABC=\frac{π}{2}$，
所以$S\_{△CAD}=\frac{1}{2}×\frac{1}{2}ac=\frac{\sqrt{3}}{4}$．

【解析】本题考查正弦定理，余弦定理的应用，三角形面积公式，涉及三角变换公式，属于中档题．
$(1)$选$ ①$，利用正弦定理和余弦定理求得$cosA=\frac{1}{2}$，可得$A$；
选$ ②$，利用正弦定理及三角恒等变换公式可得$cosA=\frac{1}{2}$，可得$A$；
选$ ③$，利用正弦定理及同角三角函数公式可得$tanA=\sqrt{3}$，可得$A$；
$(2)$延长$AD$至$E$使$AD=DE$，连接$CE$，$BE$，利用余弦定理求得$a$，$c$，可得$∠ABC=\frac{π}{2}$，利用三角形面积公式可得．

19.【答案】解$:f(x)=\vec{m}⋅\vec{n}=cos ωxsin ωx+\sqrt{3}cos (ωx+ π )cos ωx$

$=cos ωxsin ωx−\sqrt{3}cos ωxcos ωx$

$=\frac{sin 2ωx}{2}−\frac{\sqrt{3}(cos 2ωx+1)}{2}=sin (2ωx−\frac{ π }{3})−\frac{\sqrt{3}}{2}$．
$∵f(x)$相邻两条对称轴之间的距离为$\frac{ π }{2}$，
，$∴ω=1$，$∴f(x)=sin (2x−\frac{ π }{3})−\frac{\sqrt{3}}{2}$．
$(1)$将函数$y=f(x)$的图象上各点的横坐标伸长到原来的$2$倍，纵坐标不变，
可得$y=sin(x−\frac{π}{3})−\frac{\sqrt{3}}{2}$的图象，
然后向左平移$\frac{π}{6}$个单位，得到函数$y=g(x)=sin[(x+\frac{π}{6})−\frac{π}{3}]−\frac{\sqrt{3}}{2}=sin(x−\frac{π}{6})−\frac{\sqrt{3}}{2}$的图象，
令$2kπ−\frac{π}{2}\leq x−\frac{π}{6}\leq 2kπ+\frac{π}{2}$，求得$2kπ−\frac{π}{3}\leq x\leq 2kπ+\frac{2π}{3}$，
可得函数$y=g(x)$的单调递增区间为$[2kπ−\frac{π}{3},2kπ+\frac{2π}{3}]$，$k\in Z$．

$(2)f(\frac{α}{2})=sin (α−\frac{ π }{3})−\frac{\sqrt{3}}{2}=−\frac{\sqrt{3}}{4}$，

$∴sin (α−\frac{ π }{3})=\frac{\sqrt{3}}{4}$，

$∵α\in (0,\frac{ π }{2})$，$∴α−\frac{ π }{3}\in (−\frac{ π }{3},\frac{ π }{6})$，

又$sin (α−\frac{ π }{3})=\frac{\sqrt{3}}{4}$，

$∴cos (α−\frac{ π }{3})=\frac{\sqrt{13}}{4}$．

$∴cos α=cos (α−\frac{ π }{3}+\frac{ π }{3})$

$=cos (α−\frac{ π }{3})cos \frac{ π }{3}−sin (α−\frac{ π }{3})sin \frac{ π }{3}$

$=\frac{\sqrt{13}}{4}×\frac{1}{2}−\frac{\sqrt{3}}{4}×\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{13}−3}{8}$．

【解析】本题考查两个向量的数量积公式，三角恒等变换，同角三角函数基本关系，两角差的余弦公式，$y=Asin(ωx+φ)$的图象变换规律，正弦函数的单调性，属于中档题．
$(1)$根据$y=Asin(ωx+φ)$的图象变换规律，正弦函数的单调性，求得函数$y=g(x)$的单调递增区间$;$
$(2)$利用两个向量的数量积公式，三角恒等变换，化简$f(x)$的解析式，再利用正弦函数的图象的对称性求得$ω$的值，得到$f(x)$的解析式，从而利用同角三角函数基本关系、两角差的余弦公式，求得$cosα$的值．

20.【答案】解：$(1)$由题意可知$AB=\sqrt{3}−1$，$AC=2$，$∠BAC=120°$，
在$△ABC$中，由余弦定理得：
$BC^{2}=AB^{2}+AC^{2}−2AB⋅AC⋅cos120°=6$，
$∴BC=\sqrt{6}$，
由正弦定理得：$\frac{AC}{sin∠ABC}=\frac{BC}{sin∠BAC}$，
即$\frac{2}{sin∠ABC}=\frac{\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$，解得$sin∠ABC=\frac{\sqrt{2}}{2}$，
$∴∠ABC=45°$，
$∴C$船在$B$船的正西方向．
$(2)$由$(1)$知$BC=\sqrt{6}$，$∠DBC=120°$，设$t$小时后缉私艇在$D$处追上走私船，
则$BD=10t$，$CD=10\sqrt{3}t$，
在$△BCD$中，由正弦定理得：，
解得$sin∠BCD=\frac{1}{2}$，$∴∠BCD=30°$，
$∴△BCD$是等腰三角形，
$∴10t=\sqrt{6}$，即$t=\frac{\sqrt{6}}{10}$．
$∴$缉私艇沿北偏东$60°$方向行驶$\frac{\sqrt{6}}{10}$小时才能最快追上走私船．

【解析】本题考查了正、余弦定理解三角形，解三角形的实际应用，属于中档题．
$(1)$在$△ABC$中根据余弦定理计算$BC$，再利用正弦定理计算$∠ABC$，即可得出方位；
$(2)$在$△BCD$中，利用正弦定理计算$∠BCD$，即可得出追击时间．

21.【答案】解：$(1)$因为$a=3$，$c=\sqrt{2}$，$B=45°$，由余弦定理可得：
$b=\sqrt{a^{2}+c^{2}−2accosB}=\sqrt{9+2−2×3×\sqrt{2}×\frac{\sqrt{2}}{2}}=\sqrt{5}$，
由正弦定理可得$\frac{c}{sinC}=\frac{b}{sinB}$，所以$sinC=\frac{c}{b}⋅sin45°=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}×\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，
所以$sinC=\frac{\sqrt{5}}{5}$；
$(2)$因为$cos∠ADC=−\frac{4}{5}$，所以$sin∠ADC=\sqrt{1−cos^{2}∠ADC}=\frac{3}{5}$，
在三角形$ADC$中，易知$C$为锐角，由$(1)$可得$cosC=\sqrt{1−sin^{2}C}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，
所以$sin∠DAC=sin(∠ADC+∠C)$
$=sin∠ADCcos∠C+cos∠ADCsin∠C=\frac{2\sqrt{5}}{25}$，
因为$∠DAC\in (0,\frac{π}{2})$，所以$cos∠DAC=\sqrt{1−sin^{2}∠DAC}=\frac{11\sqrt{5}}{25}$，
所以$tan∠DAC=\frac{sin∠DAC}{cos∠DAC}=\frac{2}{11}$．

【解析】本题考查三角形的正弦定理及余弦定理的应用，及两角和的正弦公式的应用．
$(1)$由题意及余弦定理求出$b$，再由正弦定理求出$sinC$的值；
$(2)$根据$sin∠DAC=sin(∠ADC+∠C)$展开可得$sin∠DAC$及$cos∠DAC$，进而求出$tan∠DAC$的值．

22.【答案】解：$($Ⅰ$)$因为$\vec{m}//\vec{n}$，
所以$2a⋅\sqrt{2}sinB=\sqrt{6}⋅b$，$2asinB=\sqrt{3}b$，
由正弦定理得：$2sinAsinB=\sqrt{3}sinB$，
因为$sinB\ne 0$，所以$sinA=\frac{\sqrt{3}}{2}$，
又$0<A<π$，所以$A=\frac{π}{3}$或$\frac{2π}{3}$．
$($Ⅱ$)$因为$a=2$，
所以由正弦定理得$\frac{a}{sinA}=\frac{b}{sinB}=\frac{c}{sinC}=\frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，
得：$b=\frac{4\sqrt{3}}{3}sinB$，$c=\frac{4\sqrt{3}}{3}sinC$，
所以$b+c=\frac{4\sqrt{3}}{3}(sinB+sinC)$
$=\frac{4\sqrt{3}}{3}[sinB+sin(\frac{2π}{3}−B)]$
$=\frac{4\sqrt{3}}{3}[sinB+\frac{\sqrt{3}}{2}cosB+\frac{1}{2}sinB]$
$=4sin(B+\frac{π}{6})$，
因为$△ABC$是锐角三角形，
所以$0<B<\frac{π}{2}$，且$0<\frac{2π}{3}−B<\frac{π}{2}$，可得$\frac{π}{6}<B<\frac{π}{2}$，
所以$\frac{π}{3}<B+\frac{π}{6}<\frac{2π}{3}$，可得$\frac{\sqrt{3}}{2}<sin(B+\frac{π}{6})\leq 1$，
所以$2\sqrt{3}<b+c\leq 4$．

【解析】本题主要考查了平面向量共线的坐标表示，正弦定理，三角函数恒等变换的应用以及正弦函数的性质的应用，考查了转化思想和函数思想，属于中档题．
$($Ⅰ$)$由题意利用平面向量共线的坐标表示，正弦定理可求$sinA$的值，进而可求$A$的值．
$($Ⅱ$)$由已知利用正弦定理得$b=\frac{4\sqrt{3}}{3}sinB$，$c=\frac{4\sqrt{3}}{3}sinC$，进而根据三角函数恒等变换的应用可求$b+c=4sin(B+\frac{π}{6})$，结合题意可求范围$\frac{π}{3}<B+\frac{π}{6}<\frac{2π}{3}$，进而根据正弦函数的性质即可求解其取值范围．